RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NA PRÁTICA DE ENSINO DE MATEMÁTICA

Willian Bellini (org)

EDITORA FECILCAM

Resolução de Problemas na Prática de Ensino de Matemática

Willian Bellini (org)

EDITORA **FECILCAM**

2020

Ficha de identificação da obra elaborada pela Biblioteca
UNESPAR/Campus de Campo Mourão
Bibliotecária Responsável: Liane Cordeiro da Silva CRB 1153/9

R434 Resolução de Problemas na Prática de Ensino de Matemática / organizado por Willian Bellini. -- Campo Mourão, PR : Editora Fecilcam, 2021.
137 p. : il.

Relato de Experiências
Formato: Livro Digital
Modo de Acesso: World Wide Web
ISBN:

1. Matemática-Ensino. 2. Resolução de Problemas. 3. Formação-Professores. I. Bellini, Willian (org). II. Universidade Estadual do Paraná–Campus Campo Mourão, PR. III. UNESPAR. IV. Título.

ISBN: 978-65-88090-03-9

CDD 21.ed. 510.7
370.076
370.71

EDITORA FECILCAM

CNPJ: 75.365.387/0001-89
Av. Comendador Norberto Marcondes, 733
Campo Mourão, PR, CEP 87303-100
(44)3518-1838
campomourao.unespar.edu.br/editora/
editorafecilcam@unespar.edu.br

LISTA DE IMAGENS

LISTA DE QUADROS

SUMÁRIO

PREFÁCIO

Wellington Hermann

Desde que o saber ganhou certa autonomia em relação aos sujeitos, o que remonta a Platão, o ensino pode ser pensado como uma atividade de articulação entre três elementos em um sistema complexo e heterogêneo: um sujeito que ensina (o professor), um sujeito que aprende (o estudante) e um saber. Ensinar exige que sujeito que ensina crie condições nas quais os sujeitos que aprendem estabeleçam relações com o saber em voga e existem muitas maneiras de fazer isso.

No ensino baseado em aulas expositivas, por exemplo, cabe ao professor expor os conteúdos e os entendimentos “oficiais” a respeito deles. Ele deve passar exemplos de utilização das noções apresentadas e exercícios de fixação. Aos alunos cabe fazer a cópia dos conteúdos e a realização de exercícios baseados nos exemplos dados. Aprender, nesse caso, tem a ver com a resolução correta de exercícios nos quais os conteúdos matemáticos são aplicados. O principal problema, nessa abordagem de ensino, é que a compreensão do conceito matemático muitas vezes é confundida com a execução correta de um algoritmo qualquer ou com a aplicação de determinada fórmula ou, ainda, com o desenvolvimento de algum procedimento. Um exemplo simples, mas bastante didático dessa confusão acontece quando o professor leva o aluno a desenvolver uma compreensão equivocada de que aprender o algoritmo da adição é equivalente ao próprio conceito de adição. Isso é uma das consequências de um ensino pautado apenas em aulas expositivas que privilegiam a aplicação de algoritmos em detrimento da compreensão dos conceitos relacionados ao saber.

Diferentemente do ensino baseado em aulas expositivas, a utilização da Resolução de Problemas para o ensino de matemática, tema principal desse livro, assume que os alunos devem ter um papel mais ativo na própria aprendizagem. Schroeder e Lester (1989) descrevem a de Resolução de Problemas como um processo recursivo entre dois mundos: o *mundo real* e o *mundo da Matemática*. Ao resolver um problema, aspectos do *mundo real* são representados matematicamente e, durante a resolução, a todo momento elementos matemáticos são colocados em comparação com elementos do mundo, pois as soluções matemáticas do problema devem ter relação com a realidade.

Ao passo que nas aulas expositivas o professor busca ensinar procedimentos algorítmicos e fórmulas para resolver exercícios matemáticos, com a Resolução de Problemas acontece o oposto. Os alunos não devem conhecer um método ou um roteiro para resolver o problema proposto. Aliás, o próprio problema só é considerado como tal se os alunos não conhecerem maneiras predeterminadas para resolvê-lo.

Cabe ao professor que ensina por meio da Resolução de Problemas, propor problemas desafiadores a seus alunos, adequados ao seu nível de desenvolvimento, e cuidar para que o trabalho realizado por eles tenha sentido, sem, no entanto, fornecer respostas prontas. Aos alunos cabe a tarefa de se mobilizarem para resolver o problema, utilizando o que já conhecem a respeito da matemática e a respeito do recorte da realidade que o problema representa.

Apesar dos problemas matemáticos povoarem a mente humana desde a antiguidade, o que pode ser atestado pelas tábuas de argila da antiga Babilônia, como a *Plimpton 322* (1800 a.C.), e pelos papiros egípcios de Moscou (1850 a.C.) e de Rhind (1650 a.C.), e a despeito das orientações curriculares apontarem a Resolução de Problemas como uma estratégia para o ensino de matemática, ainda temos poucos relatos da utilização efetiva dessa estratégia em sala de aula. Penso que, em parte, isso seja reflexo da formação inicial de professores que ensinam matemática. Esse é um dos grandes desafios para a utilização da Resolução de Problemas no ensino de matemática. A questão é: *como preparar sujeitos formados, em sua maioria, por meio de aulas expositivas, para utilizarem a Resolução de Problemas no ensino de matemática?*

Ao ler os artigos que compõem este livro para elaborar seu prefácio, me peguei refletindo acerca de discussões a respeito de diferentes abordagens formativas para professores de matemática: formar professores de matemática é diferente de formar matemáticos. Discussões estas tão frequentes há alguns anos, mas que não tenho percebido atualmente. Talvez elas ainda ocorram com bastante intensidade, mas devido ao meio no qual atuo profissionalmente, juntamente com diversos pesquisadores do campo da Educação Matemática, eu me encontre, de certa maneira, isolado delas por já não terem o mesmo sentido de outrora.

Simplificadamente, as discussões mais gerais (e existem muitas outras além dessa) a respeito das abordagens formativas concentravam-se em torno das diferenças entre as atividades dos matemáticos e aquelas dos educadores matemáticos; acerca das diferenças de objetivos de ambos; e a respeito do que seria necessário para formar um professor e o que seria necessário para formar um matemático.

Enfim, durante a leitura dos textos, pensei nos seus autores, não apenas como autores, mas como estudantes de um curso de formação de professores de matemática e em como a escrita de um relato de experiência poderia contribuir com suas respectivas formações. Imaginei a preparação teórica pela qual esses estudantes passaram; o processo de seleção dos problemas que seriam mais adequados para as aulas que ministrariam; a preparação das tarefas; o desenvolvimento das ações em sala de aula; a coleta de informações para elaborarem os relatos; as análises dos registros feitos pelos alunos; e os processos de síntese, de elaboração e organização das ideias para a escrita dos relatos.

Minhas reflexões a respeito da natureza dos trabalhos aqui apresentados me proporcionaram a compreensão de que os textos que compõem este livro não visam a divulgação de novos conhecimentos a respeito da Resolução de Problemas para ensinar matemática, nem tampouco são o que o livro tem de mais importante. O que está nas entrelinhas da simplicidade dos relatos de experiência elaborados pelos acadêmicos; o que se esconde por trás das metodologias quase incipientes por eles empregadas; aquilo que espreita o leitor nas descrições das ações dos sujeitos e nas conjecturas dos autores sobre os registros feitos pelos alunos durante as resoluções das tarefas propostas; é um processo formativo diversificado, que coloca aspirantes à docência matemática a refletirem a respeito do que significa ensinar um conteúdo, a pensarem em como conduzir um processo de ensino e como suas próprias ações provocam efeitos nos sujeitos que eles precisam ensinar.

Sugiro ao leitor que faça uma leitura desse como eu fiz: pensando que ele engloba uma coletânea de relatos formativos de aspirantes à docência matemática que, mesmo tendo passado vários anos como alunos, estavam dando seus primeiros passos no chão da escola com *pés de professores*.

A PRÁTICA DOCENTE ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Aline Caroline de Souza de Sá
Willian de Araújo Dourado

INTRODUÇÃO

A princípio a proposta de Resolução de Problemas, surgiram nas aulas de Estágio Supervisionado I, onde foram propostas várias atividades com base na Resolução de Problemas, que nos instigou e principalmente nos mostrou que tal atividade seria um bom método de aprendizagem, para que pudéssemos aplicar na prática como futuros professores e que normalmente não é proposto para os alunos como forma de aprendizado e até mesmo avaliativo alcançando novos hábito e saindo da famosa rotina de caderno e livro didático.

Ainda nas aulas de Estagio Supervisionado I, a proposta foi discutida, estudada e trabalhada fazendo com que nos aproximassem e aprofundássemos sobre tal conteúdo, como nas aulas de estágio na prática não foi diferente, tal atividade proposta, necessita de tempo, paciência e força de vontade, pois é necessário disposição do professor para que a atividade seja bem elaborada e aplicada para que se tenha um bom aproveitamento do conteúdo.

Diferente da maneira que os conteúdos são propostos para os alunos normalmente nas salas de aulas, as atividades de Resolução de Problemas, são propostas de maneira investigativa, para que os alunos possam refletir, permitindo que os alunos usem conteúdos já estudados e estratégias matemática.

Sendo assim, o presente relato se refere à aplicação de uma atividade investigativa, tendo como metodologia de ensino Resolução de Problemas, sendo aplicada no 9° ano do Ensino Fundamental de uma escola pública do Município de Campo Mourão – PR. Trabalhando com os alunos uma atividade investigativa, de um conteúdo matemático que estava sendo introduzida pela professora regente de matemática. O problema proposto com conteúdo principal de Teorema de Pitágoras foi desenvolvido em duas aulas, no qual foi aplicado e trabalhado baseado na Resolução de Problemas.

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

O desenvolvimento da atividade de Resolução de Problemas se torna um grande aliado do professor para com a avaliação do conhecimento que seus alunos possuem e desempenha, e continua durante toda a atividade, as dificuldades que os alunos possuem aparecem no decorrer da atividade e assim o professor o conseguirá fazê-lo pensar e instigá-lo a procuras suas respostas, usando novas formulas de resolução. Tendo como as palavras de Onuchic (1999), “Resolução de problema é tudo aquilo que não se sabe fazer, mas que se está interessado em resolver” (p. 215).

Os conteúdos abordados na atividade investigativos de Resolução de Problemas farão com que o aluno olhe para a matemática com outros olhos, fazendo com que aquelas matérias que antes não faziam conexão e nenhum sentido, se interliguem para a solução da sua atividade, sendo que antes muitos alunos relatam que não tinha significado algum ou não era entendido por ele até o momento que o mesmo resolve uma atividade investigativa usando os conteúdos já vivenciados por ele e que pelos métodos usados não o foi repassado corretamente.

Atividades de Resolução de Problemas em sala de aula têm o papel metodológico de ensinar e também aprender matemática, contribuindo significativamente, tanto para o professor em grande demanda até tentam trabalhar Resolução de Problemas em suas salas de aulas, mas a mesma exige tempo que muitas vezes o faltam, os alunos não cooperam, fazendo com que o professor opte pelo ensinar da maneira tradicional, com o acompanhamento do livro didático.

Dado que o livro didático também é muito importante e um grande auxiliar do professor nas aulas, pensamos que este seja utilizado de forma crítica.

Somente assim os professores irão participar fielmente da vida escolar dos seus alunos, escolhendo recursos de ensino adequado e qualificado possíveis.

Os Registros de problemas matemáticos não surgiram recentemente, há registros na história antiga Egípcia, Chinesa, Babilônica e grega. Podendo – se encontrar registros em livros de texto de matemática dos séculos XIX, XX e até mesmos nos dias atuais.

Uma preocupação para o aumento do escore de teste de habilidades básicas por exemplos conhecido também como habilidades computacionais, nos anos setenta, marcaram esta era, preocupados com o currículo de matemática.

Nos anos noventa a Resolução de problemas passa a ser uma metodologia de ensino nos temas de pesquisas e estudos, apoiando- se principalmente nos estudos desenvolvidos pelo NCTM, *Principles and Standards for School Mathematics*. (ONUCHIC; ALLEVATO, 2005). Destacando e fortemente recomendado a Resolução de Problemas como processo de ensino de matemática. (NTCM, 2000). Mas o declínio de pesquisas em Resolução de problemas é notável nos dias atuais.

Mas sempre se pergunte o porquê da formulação de problemas, podemos destacar como principal fator o da estimulação do aluno e a capacidade investigativa e questionadora que a Resolução de Problemas traz trazer para dentro da sala de aula um ambiente de possibilidades e comunicação de ideias, estabelecendo relações e aplicação de conceitos matemáticos, fazendo de tal atividade um trabalho de aprendizagem e não enfadonho e cansativo, deixando o aluno livre para sua eficácia e aprendizagem.

Trabalhar com formulação de problemas requer tempo e paciência, para com os envolvidos, partindo do professor a desenvoltura desta aula, fazendo as intervenções necessárias sem atropelar o processo de criação para que seus alunos avancem, cognitivamente, frisando a qualidade do ensino de seus alunos, fazendo desta atividade um espaço de comunicação de ideias, investigativo, confiança em suas capacidades de aprendizagem, uma vez que tal atividade e vista pelos alunos como um desafio.

Mesmo que para o professor tal proposta seja tentadora, não se pode enfatizá-la demais e nem iniciar-se por tal, reforçando ao aluno que nem todo problema deve ser resolvido por meio de um algoritmo, sendo a diversidade de situação-problema, diferentes explorações e intervenções e a prática das discussões que auxiliam os alunos na construção do conhecimento.

Um conto uma charada, um poema, um problema com rima com uma forma mais adequada da aproximação de produção de problemas em língua materna, seria uma boa ideia para se começar a trabalhar sobre Resolução de problemas.

DESCRIÇÃO DA TURMA

A atividade que envolvia a resolução de um problema matemático, foi aplicada em um nono ano do ensino fundamental II de uma escola pública de Campo Mourão, um município no interior do Paraná. Haviam cerca de trinta alunos matriculados, mas no dia em a atividade foi desenvolvida, tinham presentes vinte e oito alunos.

Na maior parte dos casos, os alunos eram esforçados e geralmente, estavam empenhados em resolver os exercícios e sanar as dúvidas. Em contrapartida, a turma conversava sobre assuntos alheios ao conteúdo e muitas vezes, em momento inapropriados, o que além de nos demandar um certo desgaste, afetava de forma negativa o ensino e a aprendizagem.

Notamos que alguns alunos apresentavam dificuldades nos conteúdos abordados, e ainda em conteúdos tratados em anos anteriores. Além disso, a turma tinha um aluno de origem estrangeira, com o qual a comunicação nem sempre era eficiente, o que, às vezes, interferia na maneira como ele recebia e interpretava as informações e consequentemente, no seu aprendizado.

Boa parte dos alunos tinham o hábito usar seus aparelhos celulares durante as aulas, ora por conta da calculadora para agilizar os cálculos durante as resoluções de exercícios, ora para pesquisar algo relacionado ao conteúdo que estava sendo trabalhado em sala, no entanto, precisamos ficar atento com o uso dos mesmos para acessar redes sociais e também, com a buscar de soluções dos exercícios em sites na internet.

A professora regente era solícita, ela nos ajudou em tudo o que precisávamos e que estava ao seu alcance, inclusive com o domínio da turma, e com orientações que ela pensava ser pertinente e importantes. O mesmo pode se dizer da direção, da equipe pedagógica e dos funcionários da escola.

A turma tinha um ritmo próprio, apresentava pontos positivos e alguns pontos menos favoráveis. Não tivemos, praticamente, nenhum problema disciplinar e podemos dizer que, de um modo geral, as coisas caminharam como o esperado e sobre as eventualidades, lidamos razoavelmente bem.

APLICAÇÃO DO PROBLEMA MATEMÁTICO

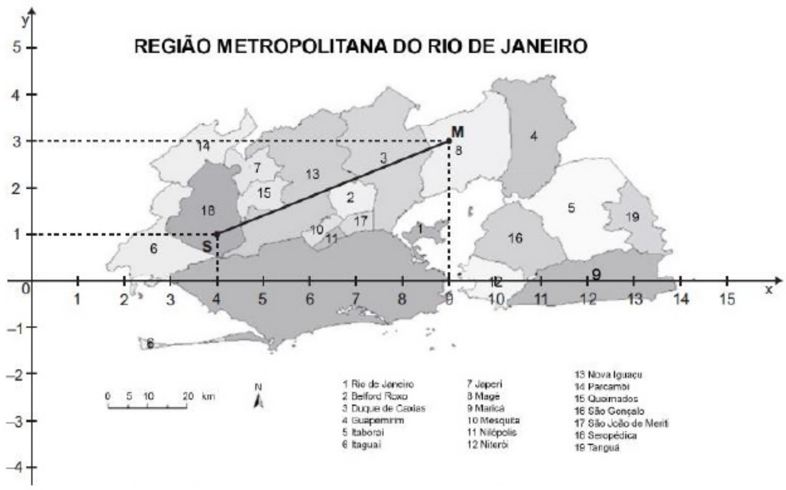
Para iniciarmos os trabalhos, pedimos para que os 28 alunos presentes se organizassem em grupos com quatro integrantes, o que nos deu um total de 7 grupos. Solicitamos também, que, em cada um dos grupos, fosse escolhido uma pessoa que seria responsável por coordenar o grupo, outra para escrever a(s) solução(ões) encontrada(s) e duas seriam encarregadas por expor, para toda a sala, a solução. Mas, todo o grupo tinha a responsabilidade de resolver a atividade dada.

Feito isso, a atividade foi distribuída para os grupos e eles foram orientados a resolverem o problema utilizando conhecimentos matemáticos que eles tinham desenvolvidos durante a sua vida escolar. E quando surgiram os questionamentos sobre a atividade em questão, as nossas respostas eram com o objetivo de instigá-los a pensar sobre as possíveis possibilidades e não de determinar se aqui estava correto ou errado.

Aos poucos, eles foram percebendo que teriam que criar uma estratégia para resolver o tal problema e que teriam que recorrer ao próprio grupo. Os alunos aceitaram o desafio, o que para nós foi uma surpresa boa, esperávamos uma certa resistência por parte dos alunos, porque esse tipo de atividade era algo novo e o novo pode, às vezes, causa uma certa estranheza.

A figura 1, refere-se, a atividade, ao problema retirado da Prova Paraná aplicada, em 2019, para alunos do ensino fundamental e ensino médio das escolas públicas do Paraná.

No plano cartesiano abaixo, está representado o mapa da Região Metropolitana do Rio de Janeiro, no qual uma unidade de comprimento corresponde a 10 km. O ponto S representa o centro da cidade de Seropédica e M, uma região do município de Magé.



Qual é a distância aproximada entre essas duas cidades?

Figura 1: Problema retirado da Prova Paraná e aplicado a turma

Esse problema envolve conceitos como: unidades de medidas padronizadas, plano cartesiano, figuras poligonais (triângulos), Teorema de Pitágoras, entre outros. Sendo que todos esses conceitos já tinham sido estudados anteriormente pelos alunos.

Afim de simplificar a identificação dos sete grupos, eles serão abordados da seguinte maneira: G1, G2, G3, G4, G5, G6 e G7.

Tanto o G1 quanto o G2 apresentaram uma resolução coerente para o problema. Os dois grupos reconheceram a representação de um triângulo retângulo na figura, e identificaram com exatidão as coordenadas cartesianas e/ou as medidas dos segmentos de retas necessários para aplicar o Teorema de Pitágoras. Vale ressaltar, que o G1 reconheceu o triângulo abaixo do segmento SM, enquanto que o G2 conseguiu reconhecer tanto o triângulo abaixo quanto o triângulo retângulo acima do segmento SM, mas o G1 apresentou a unidade de medida, o que o G2 não a fez. A figura 2 e a figura 3 mostram as resoluções apresentadas pelos grupos acima.

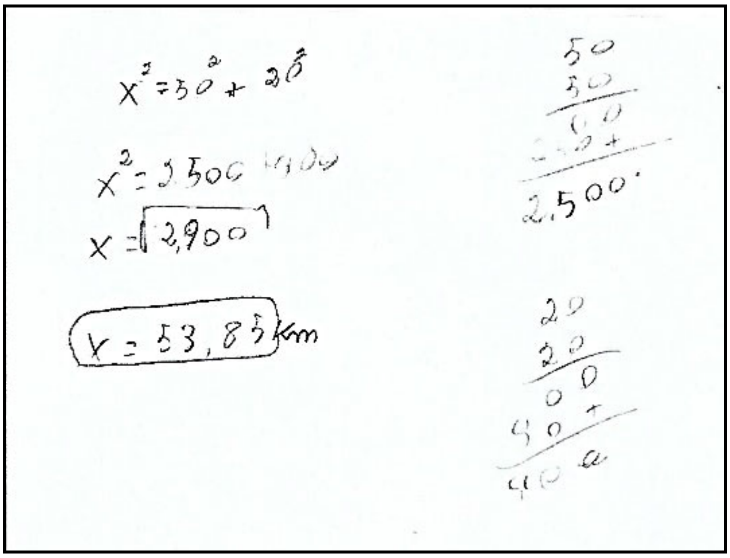
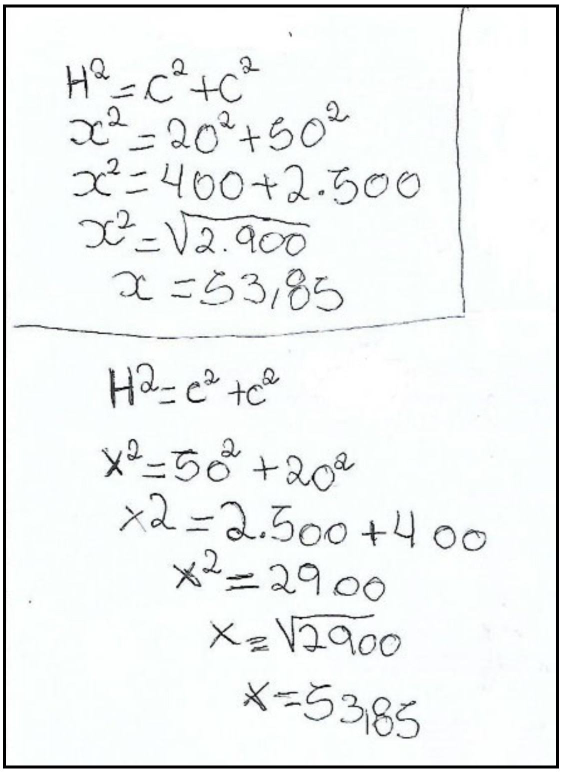


Figura 2: Resolução do problema apresentada pelo G1



$H^2 = c^2 + c^2$
$x^2 = 20^2 + 50^2$
$x^2 = 400 + 2.500$
$x^2 = \sqrt{2.900}$
$x = 53{,}85$

$H^2 = c^2 + c^2$
$x^2 = 50^2 + 20^2$
$x2 = 2.500 + 400$
$x^2 = 2900$
$x = \sqrt{2900}$
$x = 53{,}85$

Figura 3: Resolução do problema apresentada pelo G2

O G3, foi o grupo que apresentou maior dificuldade em relacionar os conceitos estudados com o problema dado. O grupo não conseguiu visualizar a representação de um triângulo, até que houve uma intervenção da nossa parte, após isso, mesmo tendo percebido que era possível utilizar a ideia de um triângulo no problema, o grupo não conseguiu identificar que era um triângulo retângulo e que poderiam recorrer ao Teorema de Pitágoras.

De todo modo, apresentaram parte de uma solução que, se desenvolvida corretamente, levaria à solução do problema. Pensamos que isso não foi produzido pelo grupo, uma vez que durante todo o processo pouquíssimas ideias foram desenvolvidas por ele, sendo que a maioria delas eram desacertadas sobre os conceitos envolvidos, é muito provável que tenha havido algum tipo de comunicação e troca de informações sobre a resolução com outro grupo próximo, já que eles, possivelmente, não quisessem entrega-la em branco.

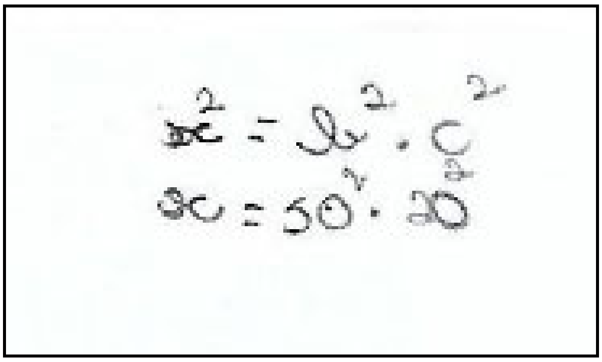
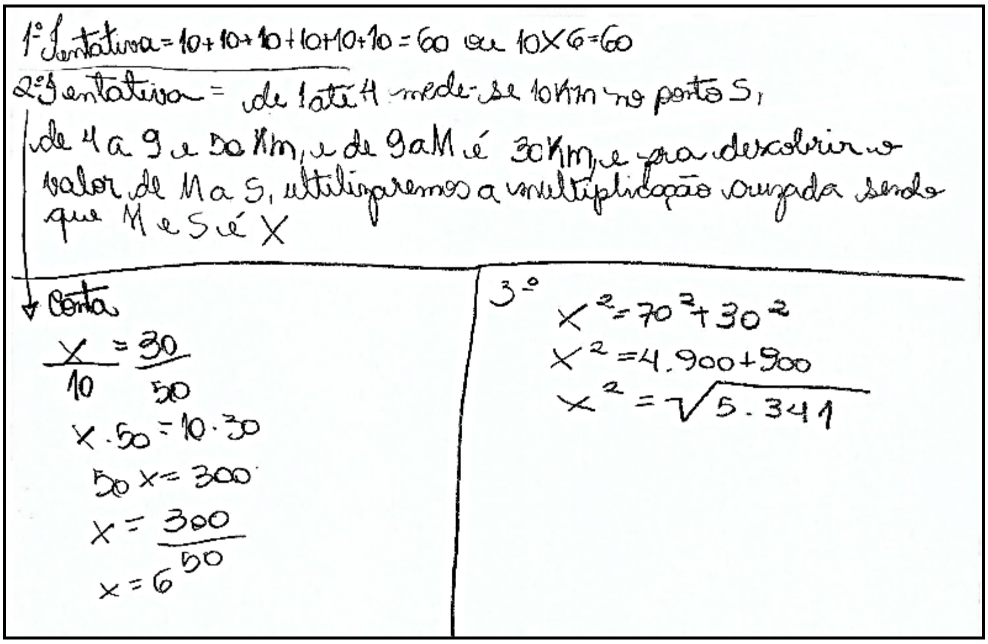


Figura 4: Resolução apresentada pelo G3

Notamos, que alguns muitos alunos atrelaram o problema ao Teorema de Tales, e isso é possível verificar através da solução apresentado pelo G4 e G6. Ambos os grupos, tentaram estabelecer uma proporção de forma equivocada entre os segmentos de retas presentes na figura, da mesma forma que tiveram dificuldades com a ideia de plano cartesiano, pois ao invés de considerarem $20\ km$, consideraram $30\ km$.

O G4 apresentou outras duas soluções, uma em que, basicamente, eles aproximaram o tamanho do SM fazendo a correspondência com o eixo x, o que os levaram a uma aproximação ruim, pois, como já mencionado, houve uma certa dificuldade, por parte do grupo, com os conceitos de plano cartesiano.

Senão não fosse isso, teriam chegado a uma aproximação relativamente boa ($50km$) para o problema. Uma outra solução apresentada por esse grupo para o problema, envolvia o Teorema de Pitágoras, contudo, mais uma vez por causa da analise errada das informações contidas no plano cartesiano obtiveram um resultado diferente do valor real.



1ª tentativa = 10+10+10+10+10+10 = 60 ou 10×6=60
2ª tentativa = de 1 até 4 mede-se 10km no ponto S,
de 4 a 9 é 50 km, e de 9 a M é 30km e pra descobrir o
valor de M a S, utilizaremos a multiplicação cruzada sendo
que M e S é X

Conta

$$\frac{X}{10} = \frac{30}{50}$$

$$X \cdot 50 = 10 \cdot 30$$

$$50x = 300$$

$$X = \frac{300}{50}$$

$$x = 6$$

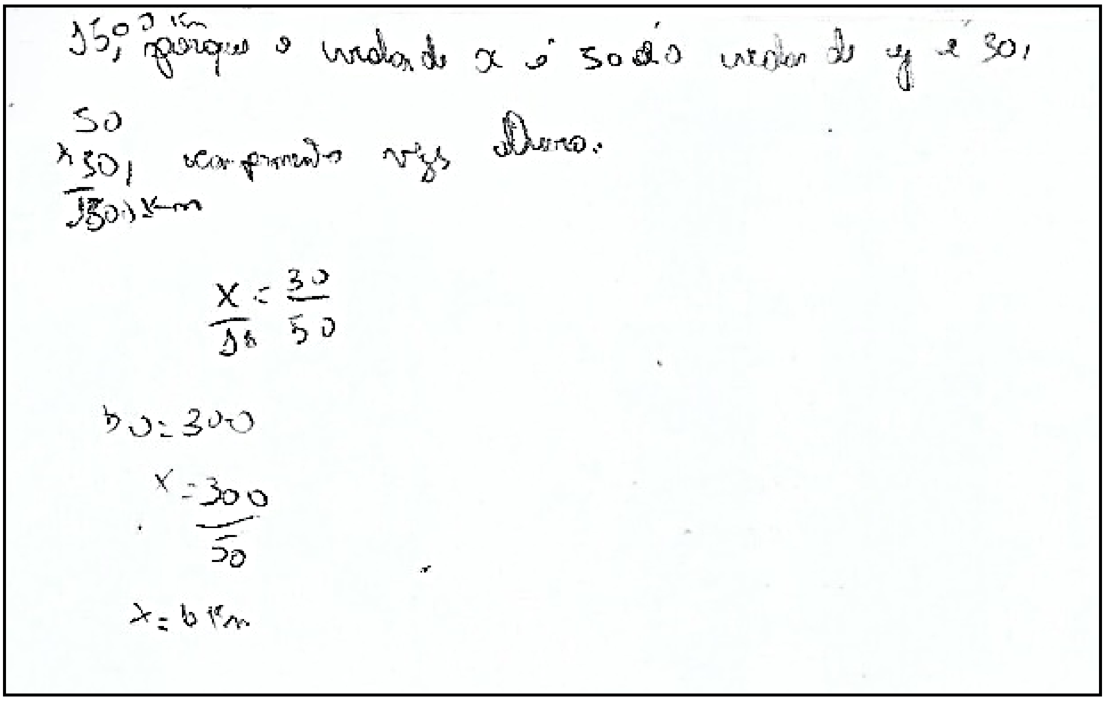
3º

$$x^2 = 70^2 + 30^2$$

$$x^2 = 4.900 + 900$$

$$x^2 = \sqrt{5.341}$$

Figura 5: Resoluções apresentadas pelo G4



150 km, porque o valor de x é 50 e o valor de y é 30,
50
×30, comprimento vezes [illegible].
1500 km

$$\frac{X}{10} = \frac{30}{50}$$

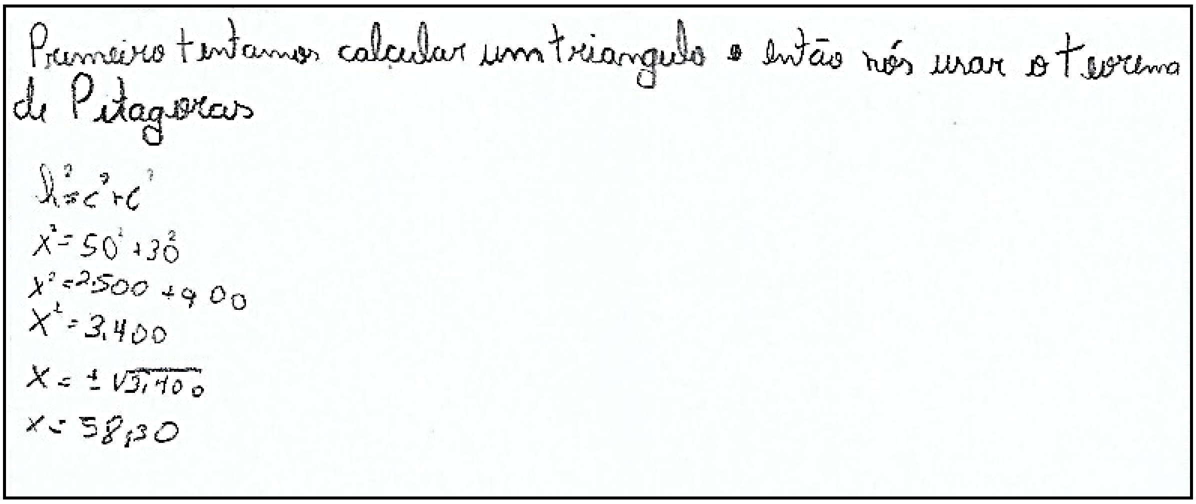
$$50 = 300$$

$$X = \frac{300}{50}$$

$$x = 6\ km$$

Figura 6: Resolução apresentada pelo G6

E por fim, o G5 e o G7 que apresentaram os mesmos erros. Embora tenham relacionado corretamente o problema ao Teorema de Pitágoras, tiveram dificuldades com a identificação do tamanho do cateto oposto e do cateto adjacente, o que provocou um resultado diferente do esperado.


Primeiro tentamos calcular um triangulo e então nós usar o Teorema de Pitagoras

$h^2 = c^2 + c^2$

$x^2 = 50^2 + 30^2$

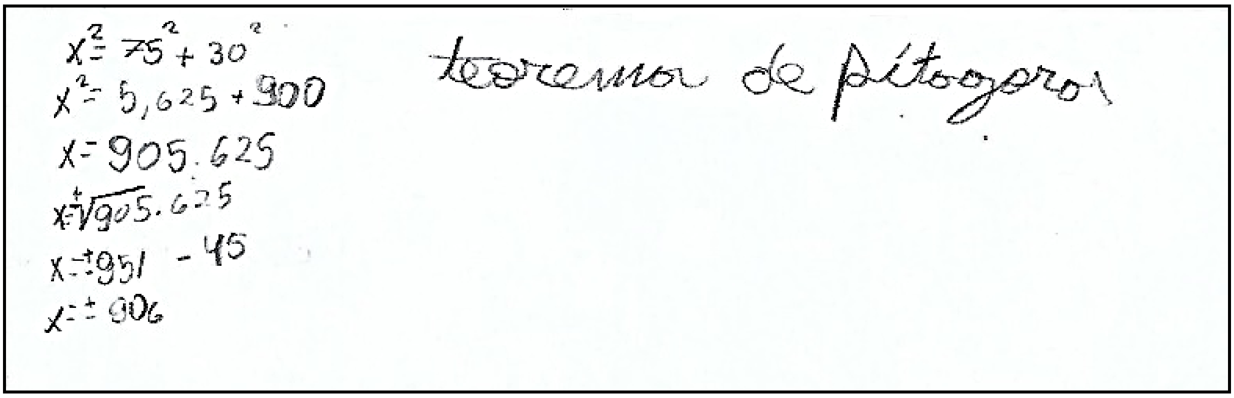
$x^2 = 2500 + 900$

$x^2 = 3.400$

$x = \pm\sqrt{3.400}$

$x = 58,30$

Figura 7: Resolução apresentada pelo G5


$x^2 = 75^2 + 30^2$

$x^2 = 5,625 + 900$

$x = 905.625$

$x = \pm\sqrt{905.625}$

$x = \pm 951 - 45$

$x = \pm 906$

teorema de pitogoras

Figura 8: Resolução apresentada pelo G7

PLENÁRIA

Depois de terem realizado a atividade, os grupos (aqueles que tinham sido escolhidos previamente para essa função) foram orientados a apresentar suas respectivas soluções à turma.

O G1 foi o primeiro a mostrar sua solução, eles explicaram que na figura havia um triângulo que tinha um ângulo reto, ou seja, um triângulo retângulo e por isso eles teriam utilizado o Teorema de Pitágoras.

Em seguida o G2 foi convidado a falar sobre a sua solução para o problema, eles relataram que haviam identificado dois triângulos na figura e que ambos levariam a solução do problema por meio do Teorema de Pitágoras. O que surpreendeu a turma, pois, definitivamente, nenhum deles tinham identificado a representação do triângulo retângulo acima do segmento SM.

O G3 disse que não havia conseguido resolver a atividade, mesmo tendo identificado um triângulo retângulo nela. Já o G4 e o G5, resistiram a apresentar a solução para a turma, pois perceberam com as exposições anteriores que estavam equivocados, de todo modo, foram convencidos a falar sobre o que tinham feito, e falaram que tentaram através de proporção dos lados, mas chegaram a conclusão que estavam errados.

Porém, levantaram uma questão sobre o tamanho dos segmentos, pois eles acreditavam que um dos segmentos do triângulo media $70\ km$ e o outro $30\ km$, o que foi rebatido, prontamente, pelo G1 e também por G2, eles comentaram que o G4, havia feito a medida de forma errada, e ainda explicaram a forma que achavam correta para eles, e que as medidas seriam $50\ km$ e $20\ km$. O G4, pareceu ficar convencido a partir das explicações dadas pelos grupos citados acima.

Tanto o G5 quanto o G7, apresentaram soluções em que interpretaram os dados de forma errônea. Os dois grupos perceberam, com o decorrer das apresentações, que por mais que tivessem acertados na maneira com que a medida do quadrado da hipotenusa se relaciona com o quadrado de cada um dos catetos, a interpretação do plano cartesiano era fundamental para encontrar o resultado.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Foi na pratica do desenvolvimento da metodologia de Resolução de problemas que tivemos a percepção das dificuldades enfrentadas pelos alunos para com tal atividade, tratando-se de uma atividade diferenciada e pouco vivenciada pelos alunos e professores da educação básica.

Para conosco as dificuldades apareceram durante a aplicação da atividade da mesma forma, a diferença foi entre os papeis, para nos foram às dificuldades dos alunos, onde a vontade era de alertá-los e dar-lhes as resposta, pois algumas vezes eles estavam no caminho errado, mas como fomos alertados e orientados nosso trabalho seria instigá-los a descobrir um caminho por si próprio.

Diante das perguntas se o desenvolvimento estava certo ou errado, os deixavam tanto quanto confusos sobre os próximos passos, mas continuamos os instigando a procurar e a pensar sobre o que estava feito, alguns grupos tiveram uma desenvoltura um pouco mais rápida que outros, que por outro lado tiveram um pouco mais de dificuldade e ai que observamos que o professor consegue obter vários resultados avaliativos dos seus alunos, não somente em uma prova avaliativa, uma vez que as metodologias avaliativas usados pelas escolas não garante uma avaliação eficaz dos seus alunos idem que não a incentivo a gostar da matemática.

Partindo dessa experiência podemos perceber que algumas mudanças no planejamento, execução e novas formas de apresentar o conteúdo são necessárias precisando que o professor regente saia da sua zona de conforto e busque novas formas de abordar tais conteúdos usando atividades investigativas em sua sala de aula, aos alunos também se dá a necessidade de sair da zona de conforto pois para alguns alunos e mais fácil as respostas prontas sem que o force a desenvoltura do pensar, pois tal atividade tem melhor rendimento, e exige que o aluno também participe e pense sobre a atividade usando seus aprendizados matemáticos.

REFERÊNCIAS

ALVES, V,; DAMACEDO, D. S.; SANTOS, T. S. **A Resolução de Problemas e os aspectos significativos da sua Prática nas aulas de Matemática**. In: VI EPCT Encontro e Produção Científica e Tecnológica, p.1-12, 2011.

ALLEVATO, N. S. G. **O computador e a aprendizagem Matemática: Reflexões sob a perspectiva da Resolução de Problemas**, Cruzeiro do Sul\SP p. 4-7, 2008

GREBOGGI, V.; AGRANIONIH, N. T. **A Resolução de Problemas como Metodologia de Ensino em Escolas do Município de São José dos Pinhais – PR**. In: XII Encontro Nacional de Educação Matemática. Anais... São Paulo, 2016. P.1-12.

ONUCHIC, L. R.; **ISERP – Palestra de Encerramento, Uma História da Resolução de Problemas no Brasil e no Mundo**, RIO CLARO, p. 1-15, 2005.

ONUCHIC, L. R., **Ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas**, In BICUDO, M. A. V. (org.). Pesquisas em Educação Matemática: Concepções e Perspectivas. São Paulo: Editora da UNESP, 1999 pp.207.

ENSINAR, PODE SER DIFERENTE! UMA APLICAÇÃO DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS EM ESTÁGIO SUPERVISIONADO

Kayque Henrique Maciel

INTRODUÇÃO

A Matemática é uma ciência que compõe e está ligada ao nosso cotidiano, tendo em vista que constantemente estamos realizando cálculos ou tarefas que envolvam matemática e por vez nem percebemos, para representar casos como esse, pode ser utilizado como exemplo o simples fato de uma pessoa ir a uma mercearia e comprar duas balas. Nessa ação você usa a matemática em vários momentos, seja na contagem do dinheiro ou das unidades das balas, porém isso é tão natural que não nos damos conta. Talvez seja por fatos como esse que a noção dada pelo senso comum de que a matemática é uma ciência abstrata, prevalece.

Partindo de questionamentos e reflexões como essa, é que podemos começar a falar sobre a resolução de problemas (RP), pois ela busca quebrar paradigmas como esse, e além disso mostrar para os alunos, onde eles aplicam a matemática durante o dia a dia, sem entretanto deixar de ser uma nova forma de aprendizagem para os alunos, ao passo que contribui para eles assimilarem e compreenderem o conteúdo.

Foi pensando nisso que resolvi trabalhar a resolução de problemas com os alunos, afim de deslumbrar esse horizonte tão pouco conhecido por eles. Nesta aplicação eu escolhi um exercício envolvendo frações, ao qual busquei trabalhar com contagem de figurinhas “aquelas de álbum” algo que é muito presente no entre os alunos da faixa etária que eu estava ministrando as aulas, que era de 11 à 13 anos. Mas e o resultado? Será que realmente valeu a pena trabalhar com resolução de problemas? Essa resposta se encontra no interior deste relato de experiência, vamos embarcar nesta viagem?

CONTEXTUALIZAÇÃO

O desenvolvimento do estágio e consequentemente a aplicação da RP aconteceram em uma escola pública, de nível fundamental e médio, localizada na cidade de Campo Mourão estado do Paraná. A recepção da escola foi muito boa, funcionários competentes, responsáveis e comprometidos com o ensino.

Durante todo esse período que durou aproximadamente seis semanas, fui acompanhado dentro da sala de aula pelo professor regente da turma, uma pessoa muito tranquila e de fácil adaptação. Assim, logo me acostumei com sua presença em sala de aula e me senti seguro para ministrar a disciplina de matemática com os alunos. Com relação a turma em questão, era um 6 º Ano do Ensino Fundamental II, do período vespertino, composta em sua totalidade por 34 alunos, que no entanto, nunca estiveram simultaneamente em sala de aula durante o período de regência. As aulas dispunham de um tempo de 50 minutos cada, sendo dispostas em três dias semanais, tendo dias com duas aulas.

No primeiro contato que tive com o professor e com a equipe pedagógica fui alertado com respeito a possíveis conversas e "panelinhas" existentes na sala, e logo quando adentrei para o período de observação na sala de aula, levei um choque, realmente era um alvoroço! Alunos jogando bolinhas de papel, brigando, dentre outros. Enfim, resumidamente era um verdadeiro caos. Com isso o professor regente demorou aproximadamente dez minutos para fazer com que os alunos prestassem atenção nele, para que então ele pudesse realizar a minha apresentação para a turma.

Entretanto, com o passar do tempo e durante as aulas de observação fui pegando o jeito da turma e quais seriam os possíveis motivos para que cada aluno tivesse seu determinado comportamento durante a aula, e quando assumi a regência, foi uma verdadeira surpresa! Por meio das observações conforme supracitado, previamente conhecia os motivos de tanta bagunça na sala e aos poucos fui arrumando a aula de maneira que solucionasse ao máximo os conflitos, as conversas, dentre outras coisas. Sempre levei atividades alternativas que pudessem chamar a atenção dos alunos no intuito de explicar o conteúdo, utilizando sempre também exemplos práticos do cotidiano.

Com essas táticas simples fui ganhando o respeito e a atenção dos alunos, porque mais do que eu, eles precisavam de atenção, precisavam ser ouvidos, e com o auxílio do professor regente fizemos uma boa dupla e conseguimos adiantar bastante o conteúdo, pois os alunos estavam acompanhando em um ritmo muito bom!

Com isso, os alunos que eram até então bagunceiros, começaram a se comportar melhor e a presença do diretor da instituição de ensino ou das pedagogas, que antes eram frequentes na sala de aula no período de observação, se fez presente apenas uma ou duas vezes durante o período de regência. Por fim posso concluir que minha regência foi muito produtiva, consegui explicar a matemática por uma maneira diferente, e acredito que os alunos conseguiram assimilar bem os conteúdos propostos.

FUNDAMENTAÇÃO TEORICA

Uma nova metodologia que vem crescendo no âmbito escolar nos últimos anos, com uma nova forma de pensar problemas nas salas de aulas, sobre tudo nas aulas de matemática, a isto, denominamos Resolução de Problemas. Ao analisar o histórico da Resoluções de problemas observa-se que houve um grande avanço em um intervalo de 50 anos. De acordo com Allevato e Onuchic (2009), esse termo é relativamente novo, já que estudos mais profundos sobre essa temática só surgiram em meados do século XX, até então toda base do ensino matemático era alicerçado por ‘repetição’.

Um dos grandes nomes que surgiram junto com esse novo pensar das aulas de matemática, é o de Pólya (1944) um nome referencial entre os educadores matemáticos, tudo isso graças ao seus estudos aos quais trouxeram marcos importantes, tais como, há não mais existência de um ensino por meio de laços repetitivos, mas sim, o ensino voltado em fazer o alunos compreenderem e entenderem o que fazem, por consequência ao se perceber o tamanho da importância do “descobrir”, para o aprendizado matemático, é que se começa a propagar com maior ênfase a RP. O autor Romanatto (2012), coloca algumas ideias sobre o que seria a resolução de problemas:

> Essa perspectiva metodológica da resolução de problemas permite ao estudante a alegria de vencer obstáculos criados por sua curiosidade, vivenciando o “fazer matemática” [...] Nesse sentido, o problema é o ponto de partida da atividade matemática, e não a definição. No processo de ensinar e de aprender ideias, propriedades e métodos matemáticos devem ser abordados mediante a exploração de problemas, ou seja, de situações em que os estudantes precisem desenvolver algum tipo de estratégia para resolvê-las (ROMANATTO, 2012, p.302).

Para os autores Stanic e Kilpatrick (1989) existia um motivo para a adesão da RP,

> A principal razão para a maior ênfase dada pelos educadores matemáticos ao ensino da resolução de problemas é que, até este século, era assumido que o estudo da Matemática – de qualquer Matemática, não apenas daquela que agora consideraríamos problemas – seria, de uma maneira geral, a melhoria do pensamento das pessoas (STANIC; KILPATRICK, 1989, p. 8).

A grande vantagem deste tipo de atividade, ou de prática, é justamente aceitar que o erro faz parte, e que o que importa é buscar o conhecimento, sendo assim, podemos dizer ainda conforme as autoras Lamonato e Passos (2011) que reafirmam que "[...] o foco da construção do conhecimento é o processo, que pode ser não linear e incerto, com importância dada ao erro, e não exclusivamente ao caminho mais curto e direto" (p.54). Assim é preciso buscar de maneiras diferentes o aprendizado, sair do comodismo e se colocar em ação. Podemos dizer ainda, conforme os autores Stanic e Kilpatrick (1989) "[...] os problemas são muitas vezes fornecidos, não simplesmente para motivar os alunos a interessar-se na instrução direta de um tópico, mas como veículo através do qual um novo conceito ou técnica deve ser aprendido [...]" (p.13), isto é, a resolução de problemas é veículo condutor que leva o aluno ao conhecimento pleno.

Outro passo muito importante para o sucesso da Resolução de problemas, é formula-los. Tendo em vista isso a autora Chica (2001), explica a importância do porquê formular problemas, afirmando que "quando o aluno cria seus próprios textos de problemas, ele precisa organizar tudo o que sabe [...] o aluno deixa de ser um resolvedor para ser um propositor de problemas." (p.151).

Mas muitas perguntas podem estar sem respostas, como por exemplo: Como a resolução de problemas deve ser trabalhada dentro das salas de aulas? qual o papel do professor? Qual o papel dos alunos? Sobre esses pontos as autoras Lamonato e Passos (2011), ressaltam que

> Na resolução de problemas, o professor elabora os problemas ou as questões, porém, há a possibilidade de que os alunos não sejam apenas os "resolvedores" dos problemas elaborados por outros, mas que também elaborem os seus próprios, que irão resolver. (LAMONATO; PASSOS, 2011, p. 70).

Sendo assim, o professor precisa oportunizar o aluno através dessas metodologias alternativas, fazer com que os alunos reflitam, que eles se engajem com o conteúdo matemático, para que assim os alunos também possam cumprir o seu papel, que é de se abrir para a aprendizagem. Para Romanatto (2012), "A Matemática precisa ser concebida pelo estudante como um conhecimento que favorece o desenvolvimento e aperfeiçoamento de seu raciocínio, sua capacidade expressiva, sua sensibilidade e sua imaginação" (p.309).

Para as autoras Lamonato e Passos (2011), a resolução de problemas assim como outras perspectivas, no caso o estudo exploratório investigativo, se tratam de metodologias voltadas no aluno, ou seja, a responsabilidade de ensino aprendizagem passa também ser função do aluno, e não mais apenas função do professor. Essa ação compartilhada ao nosso ver é a grande vantagem de se trabalhar com a RP em sala de aula, pois dessa maneira a aproximação do conteúdo do professor e do aluno é muito mais tranquila e harmoniosa, proporcionando assim um aprendizado mais gostoso e menos cansativo para os alunos.

Pois bem, a Resolução de problemas é isso, essas formas diferenciadas de se trabalhar matemática, no intuito de que os alunos tenham um melhor entendimento sobre os conteúdos, e passem a gostar, terem prazer de estudar matemática.

A ATIVIDADE

A atividade aplicada com a turma foi uma resolução de problemas sobre o conteúdo de Frações, exigindo conhecimentos de adição e subtração de frações, ficando neste caso subentendido o mínimo múltiplo comum, ou “MMC”. Vale ressaltar que os alunos já tinham um conhecimento prévio do conteúdo, visto que anteriormente já havia sido trabalhado com eles.
Para a aplicação da atividade os alunos foram divididos em seis grupos. Dos totalizantes 34 alunos matriculados na classe, apenas 27 alunos estavam presentes na aplicação da atividade, sendo assim foram formados três grupos de cinco pessoas e três grupos de quatro pessoas. Vale destacar que a escolhas dos grupos ocorreu de forma arbitraria por meio de sorteio numérico.

O tempo disponibilizado para que eles pudessem resolver a atividade foi 40 minutos, os alunos puderam em grupo debater e organizar suas ideias. Para que nenhum dos pensamentos dentro do grupo não fosse descartado, foi sugerido aos alunos que eles separassem determinadas funções/cargos a desempenhar por cada um deles dentro do grupo, de tal forma que um ou dois eram os responsáveis de expor a resposta do grupo para os demais alunos no quadro, na hora da plenária quando solicitado, um iria cuidar do tempo e da disciplina/comportamento do grupo, outro seria o coordenador, isto é, responsável pelo grupo e outro iria ser o relator, ou seja, o aluno que descreveria em um folha de papel o que o grupo estava pensando conforme fossem pensando durante a resolução do problema proposto.

Depois deste tempo, foi sugerido que os alunos realizassem uma plenária na sala de aula, que no caso teve duração de cerca de 30 minutos. Nessa plenária foi apresentado a resolução de cada grupo e a narrativa/justificativa do porque eles chegaram naquela determinada resposta, e assim os demais grupo podiam interagir e questionar o grupo que estava apresentando. Assim finalizada essa etapa, os alunos estavam claros da ideia a qual o problema estava apresentando e então fui ao quadro e expliquei novamente como era uma possível forma de resolve-lo e formalizei o conteúdo.

ANÁLISE DA ATIVIDADE

Com base em uma das questões do site khanacademy.org montei a resolução de problemas que apliquei para os alunos, essa atividade possui uma mescla muito boa de mudança de registro de representações semióticas, abordadas por Duval (2012). Assim ressaltamos que o processo de elaborar um problema deve ser cauteloso e deve contar várias conversões de registros de representação semiótica, segundo o mesmo autor, é preciso ocorrer conversões e tratamentos dos objetos matemáticas, ou seja mudanças, como por exemplo de uma representação algébrica para figural ou para tabular "tabela", ou ainda da representação em língua natural para a algébrica, dentre outras. De modo particular, essa atividade no meu ponto de vista atendeu várias destas questões, por isso resolvi utilizar.

No quadro 1, podemos observar a atividade que foi aplicada aos alunos.

Almir está classificando sua coleção de selos. Ele fez um gráfico da fração de selos de cada país de sua coleção.

Sabe- se que $\frac{7}{12}$ dos selos de Almir são do Marrocos ou da Espanha. Na tabela a abaixo já aparece alguns dados da categorização feita por ele. Observe e responda:

País	Fração de selos
França	$\frac{1}{3}$
Espanha	?
Marrocos	$\frac{1}{6}$
Eslovênia	$\frac{1}{12}$

Que fração dos selos de Almir é da Espanha?

Quadro 1: Problema Aplicado em Sala de Aula

Fonte: https://pt.khanacademy.org/

Podemos observar nesse caso que o exercício traz uma parte tabular que tem grande função no entendimento do exercício, e os alunos tem que analisa-la conjuntamente com a escrita do enunciado para retirar os dados e resolver o problema.

RESOLUÇÕES APRESENTADAS

Para melhor abordar as resoluções dos alunos, decidimos separar em duas categorias, a primeira delas a denominados de:

Desempenho

Nessa categoria, contemplamos os grupos de alunos que apresentaram respostas corretas ao exercício proposto, com pensamentos de maneiras distintas, mas que chegaram a resposta correta.

Para um melhor entendimento da resolução dos alunos, foi pedido para que os grupos escrevessem um relato sobre o que eles estavam pensando, além da resposta final em si:

GRUPO I

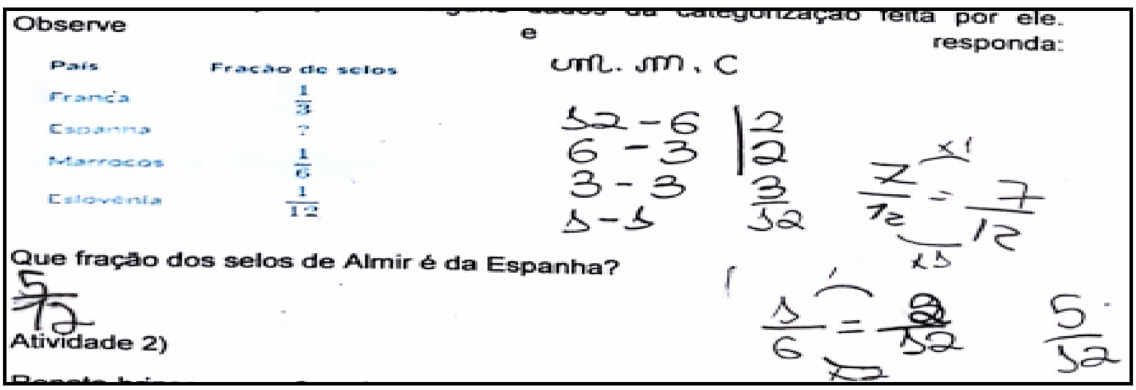


Figura 9: Resolução do Grupo I

O que se pode observar nesta resolução é que os alunos utilizaram corretamente o princípio de Mínimo Múltiplo Comum, o que ali denominam “m.m.c.”, que nada mais é do que a abreviação do termo, depois disso eles utilizaram corretamente a subtração de frações, principal conteúdo abordado na atividade, que consistia em subtração de frações com denominadores diferentes.

GRUPO III

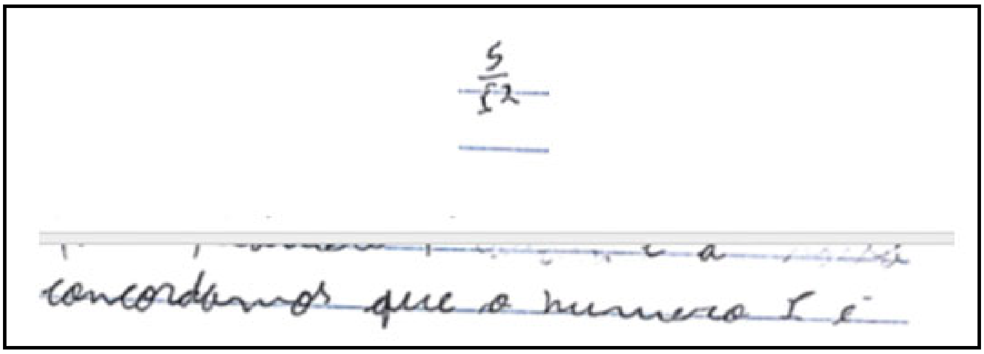


Figura 10: Resolução do Grupo III

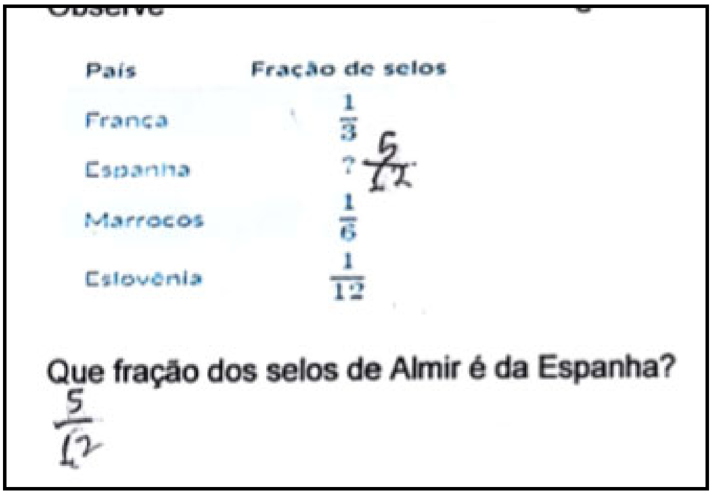


Figura 11: Resolução do Grupo III

Neste grupo, tanto no relato quanto na resolução, não foi possível concluir o método utilizado para resolver a questão, pois foi exposto somente a respostas da mesma. Porém no momento da plenária em grupo, eu como professor regente da aplicação da atividade, questionei os dois integrantes deste grupo que foram explicar tal resolução aos demais alunos da sala da aula, e foi ai que obtive a resposta que me fez concluir que realmente eles utilizaram um método de resolução assertivo para essa questão, onde o *ALUNO 1* disse: “- *Professor, a gente utilizou o m.m.c. entre 7/12 e 1/6, logo entre 12 e 6, depois realizamos o m.m.c. e descobrimos um novo número 2/12 daí pegamos e tiramos ele de 7/12, pois queríamos descobrir só o valor de Marrocos, digo, Espanha!!! E como era igual os denominadores podíamos fazer essa conta”.* Com esse relato então pude concluir e afirmar que a resolução havia abordado os conteúdos que eu esperava que eles utilizariam.

GRUPO V


Que fração dos selos de Almir é da Espanha?
a fração de Almir é $\frac{5}{12}$.

Figura 12: Resolução do Grupo V

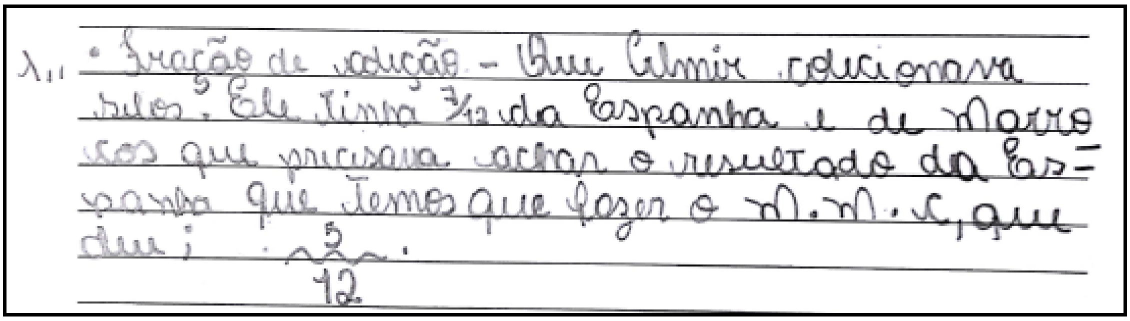

1,, • Fração de adição - Que Almir colecionava selos. Ele tinha 7/12 da Espanha e de Marrocos que precisava achar o resultado da Espanha que Temos que fazer o M.M.C, que deu: $\frac{5}{12}$.

Figura 13: Resolução do Grupo V

Analisando as *figuras 4 e 5* pude concluir que esse grupo de alunos chegou sim a resposta correta, ao qual o exercício exigia, e a linha de raciocínio deles também foi muito coerente, podemos observar na *figura 5* que embora esteja contido de forma indireta ali o princípio subtração do valor equivalente ao “Marrocos” os alunos souberam tirar os dados contidos no exercícios e realizar as tarefas matemáticas corretamente que foi o m.m.c. e a subtração de fração.

MAS NEM TUDO FOI UMA MARAVILHA

Nessa segunda categoria é contemplado alguns grupos apresentaram respostas incoerentes com o exercício, porém que na “cabeça dos alunos” seguiu um raciocínio que naquele momento era correto, vale ressaltar que quando ocorreu o momento da penaria os grupos, sem exceções, todos entenderam os seus possíveis erros.

GRUPO II

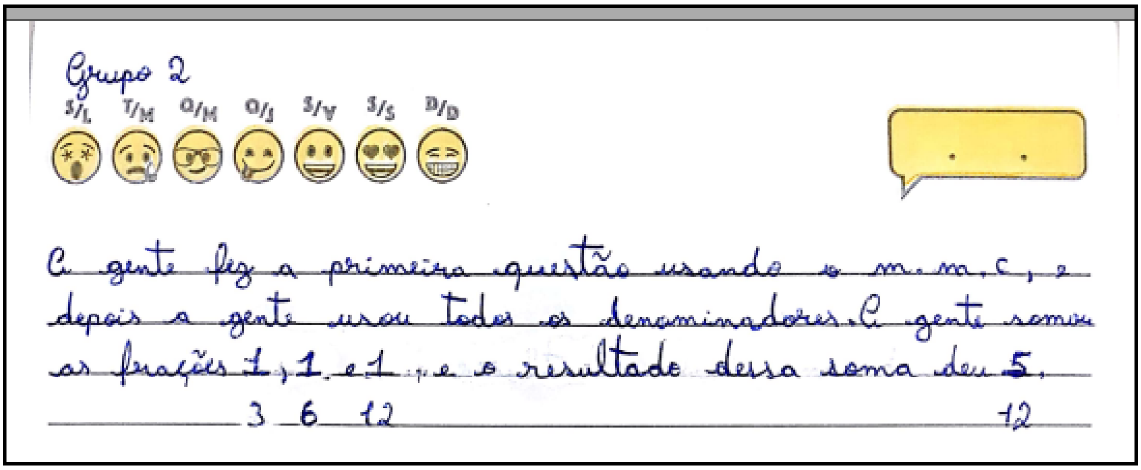
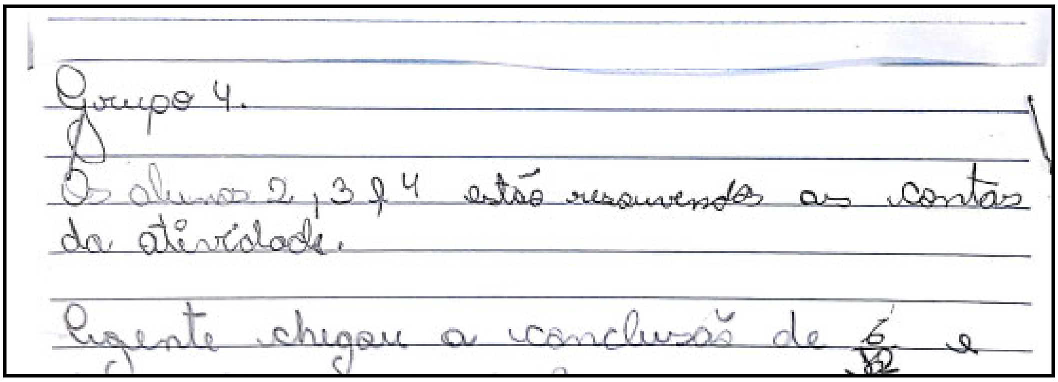


Figura 14: Resolução do Grupo II

É fácil perceber por meio deste relato que os alunos escreveram que eles até utilizaram o princípio do Mínimo Múltiplo Comum, porém ao analisar os dados tabulados eles não conseguiram fazer uma assimilação e utilizaram os números errados para fazer o ‘m.m.c.”, consequentemente *forçaram uma resposta* que era impossível de acontecer através dos números apresentados, pois mesmo que fossem os números corretos o certo seria 6/12 avos, e não 5/12 avos como disposto acima na resposta dos alunos na figura 6.

GRUPO IV



Grupo 4.

Os alunos 2, 3 e 4 estão resouvendo as contas da atividade.

Agente chegou a conclusão de $\frac{6}{12}$ e

Figura 15: Resolução do Grupo IV

O Que podemos observar através do relato deste grupo é que eles realmente colaboraram em grupo para tentar resolver o problema apresentado, podemos observar ali na figura 7 que o relator descreve que os alunos estão pensando no problema, isso foi algo muito positivo no grupo destes alunos.

Porém como também mostrado na figura 7 esses alunos chegaram a uma resposta inconsistente com o resultado esperado, e mais uma vez o grupo não apresentou a sua justificativa escrita, porém no momento da plenária eles foram o penúltimo grupo a apresentar e quando chegou a hora deste grupo apresentar, eles nem queriam ir pois com a resolução dos amigos de classes, eles já perceberam onde tinham errado.

Mesmo assim, questionei o porquê eles haviam dito 6/12 avos da primeira vez, e um dos alunos disse " *Bom professor! a gente fez o m.m.c. com os números que a gente tinha na tabela, e por um descuido esquecemos de ver que o número que mais tinha importância pra gente era o 7/12 avos".* Com esse relato pude concluir que realmente eles haviam entendido o motivo do erro.

GRUPO VI

Esse grupo foi o que mais me chamou atenção durante todo o processo da aplicação da resolução de problemas nesta sala de aula, dentre os motivos vale a ressalva de que eles foram o grupo que menos se dispersaram e o que mais se envolveu com a atividade proposta.

Assim como os demais, foi formado aleatoriamente por sorteio numérico, e por coincidência os alunos que compuseram o mesmo eram os alunos considerados com o maior déficit de atenção em sala de aula e taxados como “bagunceiros”.

Porém como já mesurado acima eles se dedicaram muito e não acharam a aula tediosa como as aulas anteriores, contudo eles tiveram dificuldade para assimilar a questão e foi preciso a intervenção em alguns pontos para que eles pudessem entender o que estava sendo pedido na atividade em questão, mas não fiz interferência ao modo de pensar dos alunos, apenas direcionamentos sobre o que o exercício estava pedindo mesmo, através de perguntas e reflexões. Vejamos agora a resposta dos alunos e um trecho do relato que os mesmos elaboraram:

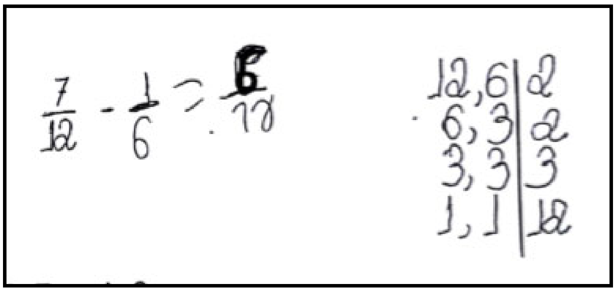


Figura 16: Resolução do Grupo VI

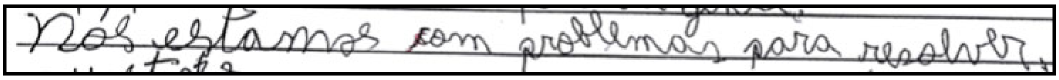


Figura 17: Resolução do Grupo VI

Bom conforme dito acima, nas *figuras 8 e 9* podemos concluir que a resposta dos alunos não foi a correta para o exercício porém eles até realizaram o m.m.c. de forma correta na *figura 8,* mas ao realizarem a subtração de frações realmente confundiram o conteúdo e os números do exercício.

Porém, na tentativa de descobrir o motivo do erro, na plenária eu questionei os membros do grupo como um todo, não somente dois membros do grupo que estavam apresentando, sobre como eles chegaram na resposta e como eles pensaram, e a resposta coletiva que eu obtive foi que “*Professor, nós sabíamos o conteúdo, mas mesmo com sua ajuda, não conseguimos interpretar o problema, mas com a apresentação dos* *outros grupos, nós conseguimos entender, realmente 20 pessoas pensam melhor que uma".*

CONSIDERAÇÃO FINAIS

Por meio da tarefa investigativa desenvolvida, fica notável com todas essas resoluções e relatos, que a resolução de problemas é muito importante para o aprendizado dos alunos. Essa afirmação leva em conta que com ela a fixação do conteúdo ocorre de uma forma muito natural, onde os alunos nem se dão conta que estão resolvendo problemas de matemática.

Entretanto, uma das dificuldades que também ocorreram ao trabalhar com a RP, foi que os alunos não estavam acostumados com esse tipo de "realidade" pois foge do contrato didático que eles estão acostumado em toda sua trajetória escolar, acredito que se houvesse uma sequência nesse tipo de trabalho de investigações, isso também se tornaria algo ao qual eles teriam mais afinidade e a sala de aula e os conteúdos passariam de ser grandes vilões.

Todavia apesar do pouco tempo que tive para trabalhar com os alunos a resposta foi muito produtiva, eles foram muito participativos, e isso contribuiu para o sucesso da investigação, mesmo com todas as adversidades encontradas foi sim! possível trabalhar ao diferente e que pudesse proporcionar mais ânimo e estimulo aos alunos ao aprender matemática.

Por fim, saliento que a resolução de problemas pode ser peça chave na aprendizagem dos conteúdos, e que sua utilização, vale a pena.

Referências

ALLEVATO, N. S. G.s; ONUCHIC, L.R. **Ensinando Matemática na sala de Aula Através da Resolução de Problemas.** Boletim GEPEM, Rio de Janeiro, RJ, n.55, p.133-154. 2009.

ALLEVATO, N. S. G. **O computador e a aprendizagem Matemática: Reflexões sob a Perspectivas da Resolução de Problemas.** In: I SERP-I Seminario em Resolução de Problemas, 2008, Rio Claro. Anais do I SERP, Rio Claro: Unesp, 2008. v. Único. P. 1- 19.

CHICA, C. H. **Por que formular problemas?** In: SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. (Org). Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para apreender matemática. Porto Alegre: Artmed, 2001. 204p.

DUVAL, Raymond. **Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento**. Tradução: Méricles Thadeu Moretti. Revista Eletrônica de Educação Matemática – Revemat, v.07, n.2, p. 266-297, 2012

LAMONATO, M.; PASSOS, C. L. B. **Discutindo Resolução de Problemas e Exploração – Investigação Matemática: Reflexões para o Ensino de Matemática.** Zetetiké, FE/Unicamp, v. 19, n. 36, p. 51-74, jul/dez 2011.

POLYA, George**. A Arte de Resolver Problemas**. Trad: Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Editora Interciência, 1978. Do original em inglês: How to solve it, 1944.

ROMANATTO, M. C.; **Resolução de Problemas nas aula de Matemática.** Revista Eletrônica de Educação, v.6, nº1, p.299-311. São Carlos: UFSCar, 2012.

STANIC, G.M.A.; KILPATRICK, J.; **Perspectivas históricas da resolução de problemas no currículo de matemática.** Artigo publicado originalmente no livro The teaching and assessment of mathematical problem solving, de R. I. Charles e E. A. Silver (eds.) Reston, VA: NCTM e Lawrence Erlbaum, 1989.

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: SUPERANDO EXPECTATIVAS

Fernanda Kelly da Silva Siqueira
Paula Renata Pedroso Avanço Ferreira
Willian Bellini

INTRODUÇÃO

O relato a seguir, trata-se de uma aplicação da dinâmica resolução de problemas na turma do 7° ano, de uma escola estadual do município de Campo Mourão, durante o período de 4 aulas de 50 minutos. Para essa dinâmica foram aplicados dois problemas, sendo esses retirados da Prova Paraná e Prova Brasil respectivamente, os quais estão relacionados ao conteúdo de proporcionalidade, uma vez que os alunos já haviam visto como poderia calcular uma proporção utilizando igualdade entre duas razões. Porém não haviam entrado a fundo nesse conceito, o que possibilitou a discussão e a relação dessa proposta com os conteúdos já estudado anteriormente.

A dinâmica de resolução de problemas é uma tendência da educação matemática que visa a construção de conceitos e atribuição de significado pelo aluno através da resolução de um problema, envolvendo muito mais do que um simples registro, mas sim a discussão e debates com o intuito de interpretar a resposta encontrada.

Primeiramente durante as aulas de estágio supervisionado I, estudamos e discutimos artigos que se tratavam a respeito de tal dinâmica. Após esse período, o professor da disciplina propôs a aplicação dessa durante o período de regência que iniciaria nos meses posteriores.

A priori acreditamos que essa dinâmica não iria funcionar. Porém, durante a aplicação, superamos nossas expectativas, pois os alunos evidenciaram curiosidades sobre o que o problema trazia e buscaram soluciona-lo da melhor maneira possível, como mostra as conclusões. Os alunos buscaram ajuda e pesquisaram em seus materiais.

APORTE TEÓRICO

Quando olhamos para diversos relatos históricos, percebemos que o homem sempre necessitou de conceitos matemáticos para viver. Segundo Onuchic 2008, a partir da mudança de sociedade, ou seja, de uma vida no campo para uma vida na cidade, onde a indústria prevalecia, precisou-se que mais pessoas dominassem conceitos matemáticos. Assim, o ensino de matemática era pautado em repetições e técnicas, onde era valorizado a memorização desses. Somente anos depois que a compreensão do aluno começou a ser valorizada como algo importante. Logo, Onuchic (2008, p. 3) diz que "[...] quando começou-se a exigir "compreensão" dos alunos, começou-se, então, a falar em Resolução de Problemas".

Deste modo, entende-se que a metodologia resolução de problema é uma pratica na sala de aula que levará o aluno a pensar, rascunhar, discutir e socializar-se, uma vez que o aluno necessita pensar de que modo resolver tal problema, sem ter expressões já dadas. Chica (2001, p.169) ressalta que "a diversidade de situações-problemas, as diferentes explorações, as diversas intervenções e a pratica das discussões é que irão auxiliar os alunos na construção de seu conhecimento. " Ou seja, essa metodologia, ao ser abordada em sala de aula, foge de um método tradicional e tecnicista que muitas vezes não gera aprendizado, e traz uma dinâmica diferenciada para sala de aula, onde o próprio aluno através da investigação irá construir seu conhecimento e além disso ampliar sua socialização com o meio.

O objetivo do professor ao utilizar a resolução de problemas na sala de aula, deve ser bem definido e dizer a respeito da aprendizagem matemática do aluno. Resolver um problema por resolver, sem que esse tenha uma problematização que leve o aluno a conjecturar várias possibilidades, não irá beneficiar o aluno em seu aprendizado, podendo até ser visto como um método tradicional.

Para Allevato e Onuchic (2009) algumas etapas são importantes quando utilizamos a metodologia Resolução de Problemas (RP) em sala: o período antes da resolução, o qual os alunos irão ler o problema, e discutir entre si, o período de resolução, o qual será em grupos, e o período pós resolução, mais conhecido pelos autores como plenária, onde os grupos terão tempo para apresentarem suas resoluções, discutir e finalmente o professor juntamente com a turma irá formalizar o conteúdo abordado nesse problema. Nesse sentido, também é necessário que o professor se posicione como mediador, segundo Lamonato e Passos 2011,

> Com a intervenção do professor, a investigação na sala de aula pode ser desencadeada e assim permanecer. Porém, se os alunos

> não tiverem seu apoio e acompanhamento, a exploração iniciada pode não prosseguir para as demais etapas (p.65).

A responsabilidade do professor quanto mediador consistirá em incentivar a equipe e proporcionar momentos de aprendizagem de modo com que o aluno relacione seus conhecimentos prévios ao problema proposto. Sendo esses de fundamental importância para que a RP se concretize na sala de aula. Assim, conforme Oliveira (2009), é necessário que o professor tenha uma postura flexível, capaz de resolver diversas situações que podem surgir durante a RP.

É importante ressaltar que a RP é uma metodologia que oportuniza diferentes maneiras de se organizar a sala de aula, por isso, cada experiência prática da RP se torna única, pois ela oportuniza que alunos e professores construam o conhecimento juntos a partir de seus conhecimentos prévios que variam de pessoa a pessoa.

CONTEXTUALIZAÇÃO

A dinâmica de resolução de problemas, ocorreu em um sétimo ano do Ensino Fundamental II de um colégio estadual no município de Campo Mourão-PR, durante 3 horas/aulas, totalizando 150 min. A turma era composta por 27 alunos, alguns desses repetentes, com causa decorrente de questões sociais.

Através das cinco horas de observação percebemos que a turma era agitada, demonstrando muitas vezes desinteresse pelos conteúdos estudados. Alguns alunos não se socializavam, preferindo não opinar e nem perguntar nada aos demais, devido fatores pessoais ou mesmo de discórdia entre eles. Durante as aulas sentimos que os alunos não gostaram da nossa presença como professoras, alguns muitas vezes nos testaram. Percebemos que esse fato se deve pelo motivo de nós aparentarmos uma idade próxima a deles.

No decorrer das aulas, a professora regente nos auxiliou diante aos comportamentos dos alunos, pois em diversos momentos os alunos se distraíam com celular, conversas paralelas e entre outros fatores.

Para iniciar a atividade, explicamos as etapas da dinâmica resolução de problemas, e que para isso eles precisariam formar grupos de 4 a 5 pessoas os quais designaríamos os papéis de cada integrante na lousa, segundo o consentimento de cada um, esses papéis definiam os integrantes que iriam comandar, escrever e apresentar as ideias obtidas na resolução.

No primeiro momento eles gostaram da ideia, pois saíram de sua rotina, e ainda acharam interessante cada um possuir um papel. Isso facilitou na resolução pois se sentiram responsáveis. Durante a resolução da atividade, os grupos discutiam entre si, folheavam seus cadernos e realmente se empenhavam para tal resolução, levando a atividade proposta como um desafio tanto o fato de resolverem, quanto o de apresentarem. Contudo, os grupos se demonstraram muito dependentes, pois mesmo com a resolução pronta, possuíam insegurança de suas respectivas respostas. A partir disso, incentivamos os grupos a refletirem sobre suas respostas, conscientizando-os sobre a questão de estar certo ou errado.

Ao final, cada grupo apresentou sua resolução, e diante disso levantamos discussões sobre o conteúdo abordado através das tarefas propostas.

RELATO E ANÁLISE DA APLICAÇÃO DO PROBLEMA

Os sujeitos da pesquisa foram vinte e sete alunos do 7º ano do ensino fundamental. Esses alunos foram divididos em cinco grupos G1, G2, G3, G4 e G5. Após a divisão dos grupos explicamos o papel de cada integrante, que foram divididos da seguinte maneira: primeiramente foi elencado uma pessoa responsável para tirar dúvidas que poderiam emergir durante a resolução de problemas, os quais estavam cientes de que faríamos papel somente de mediadoras não influenciando nas respostas deste. Logo após, um outro integrante do grupo ficou responsável pelo registro da resolução e conclusão do problema. E os integrantes restantes ficaram responsáveis pela a apresentação do problema na lousa para a turma.

Os problemas que levamos aos alunos envolviam conceitos de proporcionalidade, sendo esses diretamente e inversamente proporcionais. Esses conteúdos já haviam sido explicados de maneira breve aos alunos. Destacamos que os alunos poderiam utilizar os conhecimentos prévios de modo que esses se encaixassem no que o problema estava pedindo.

Para manter no anonimato os participes dessa dinâmica, nomearemos os grupos como: G1, G2, G3, G4 e G5.

Escolhemos para tal dinâmica dois problemas, os quais foram retirados da PROVA PARANÁ e PROVA BRASIL respectivamente.

Para preparar uma receita de pão caseiro, Carina usa 60 g de fermento biológico para cada 2 kg de farinha de trigo. Usando a mesma proporção indicada nessa receita, para preparar esse pão usando 3 kg de farinha de trigo serão necessários quantos gramas de fermento biológico?

Figura 18: Problema 1, Diretamente Proporcional

Fonte: Prova Paraná, 2019

Pode-se perceber que esse problema trabalha com unidades de medidas diferentes, então incialmente os alunos deveriam perceber e fazer as devidas conversões sendo de quilo para grama ou de grama para quilo.

Trabalhando 10 horas por dia, um pedreiro constrói uma casa em 120 dias. Em quantos dias ele construíra a mesma casa, se trabalhar 8 horas por dia?

Figura 19: Problema 2, inversamente proporcional

Fonte: Caderno de atividades da Prova Brasil, 2011

Nesse problema esperávamos que os alunos percebessem que a medida que o tempo diminui, a quantidade de dias aumenta e à medida que o tempo aumenta, a quantidade de dias diminuem.

A seguir, apresentaremos as resoluções dos alunos para as respectivas atividades.

G1

O G1 percebeu a necessidade de fazer conversões de medidas para assim fazer o cálculo de proporcionalidade, dessa forma, escreveram as razões de maneira que as gramas estavam para o quilo, ou seja, g/kg, porém, ao montar o cálculo não registaram a igualdade entre as razões, demonstrando desconforto ao usar o sinal de igualdade. Contudo chegaram ao resultado utilizando o conceito.

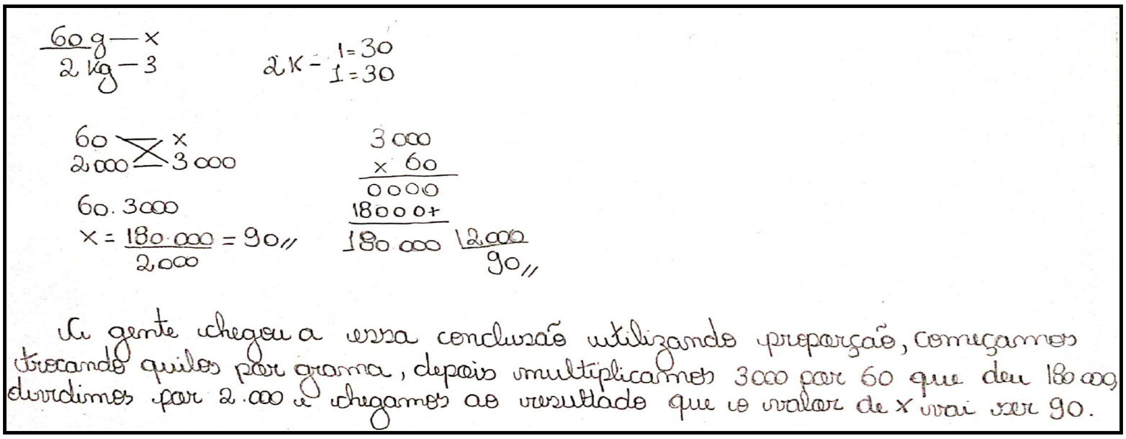


Figura 20: Resolução G1 para questão 1

Na questão 2, os alunos identificaram que a medida que o tempo diminuía os dias aumentavam assim identificando que o problema era inversamente proporcional. Porém, como no exercício anterior não identificaram a igualdade entre as razões.

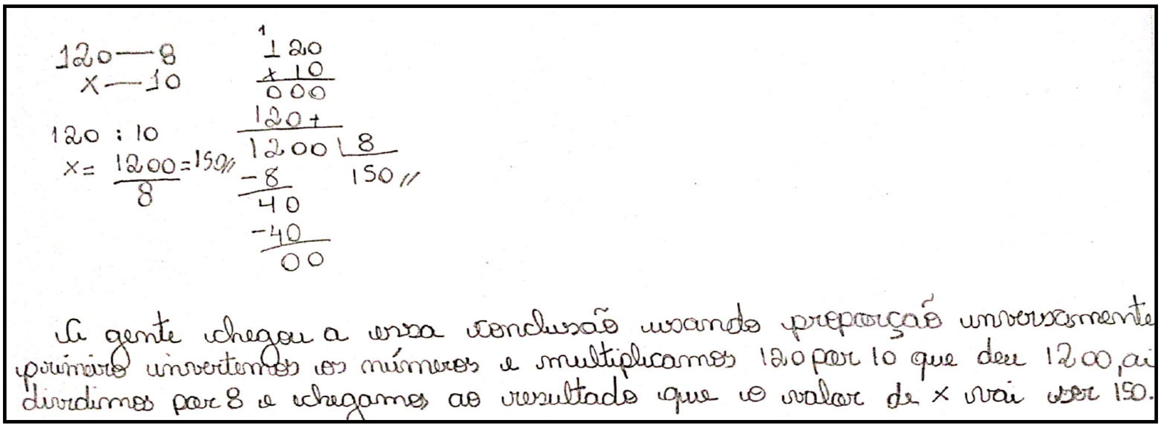


Figura 21: Resolução G1 para questão 2

G2

O segundo grupo respondeu o problema 1 utilizando o conceito de grandezas diretamente proporcionais, entretanto, diferentemente do grupo anterior eles não fizeram o registro da maneira pensaram para chegar ao resultado.

Observando seus registros, pode-se notar que eles compararam razões proporcionais, ou seja, assim como quilo está para quilo, grama está para grama. Eles lembravam-se do método para resolver, mas não sabia aplicá-lo, como podemos ver no cálculo que não identificaram a igualdade entre as razões. No entanto chegaram ao resultado.

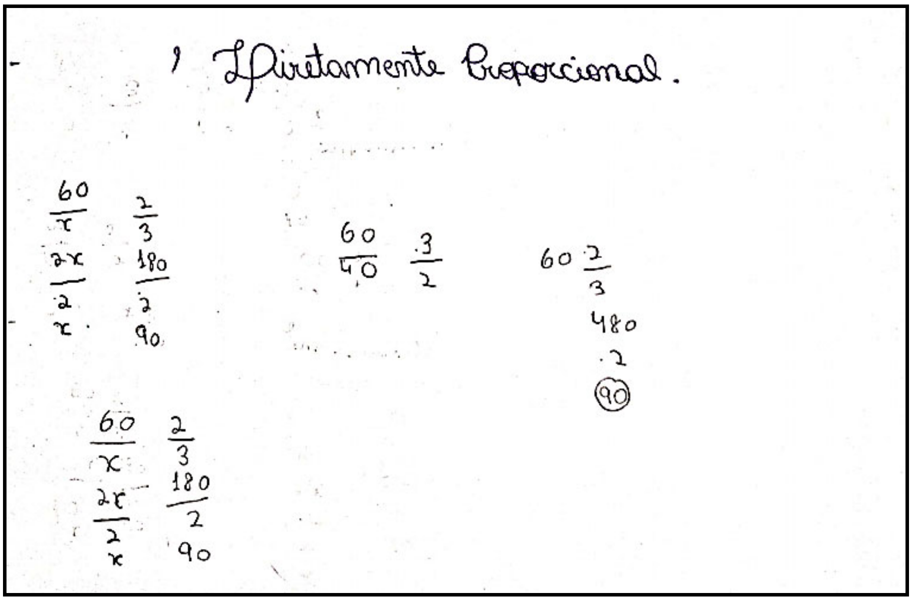


Figura 22: Resolução G2 para questão 1

Na segunda atividade, eles identificaram que o problema se tratava de grandezas inversamente proporcionais, porém em seus registros continuaram não identificando a igualdade entre as razões, não registrando o sinal de igual. E esse fato nos chamou atenção, pois ficamos algumas aulas trabalhando com eles a questão de igualdade.

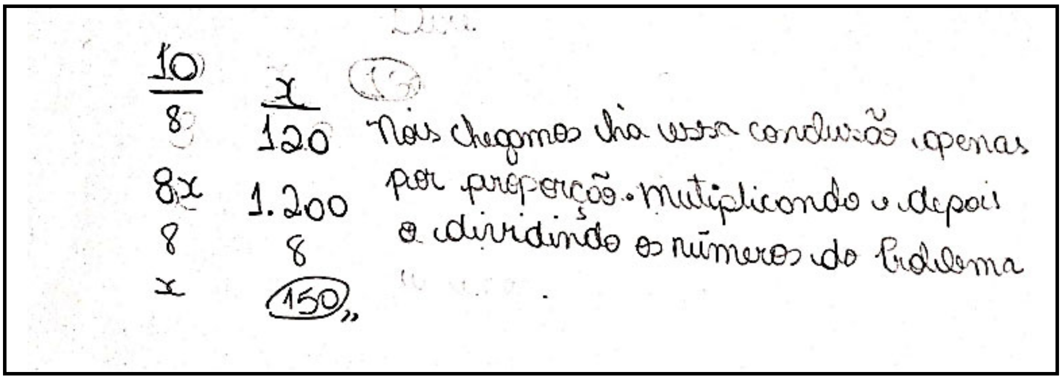
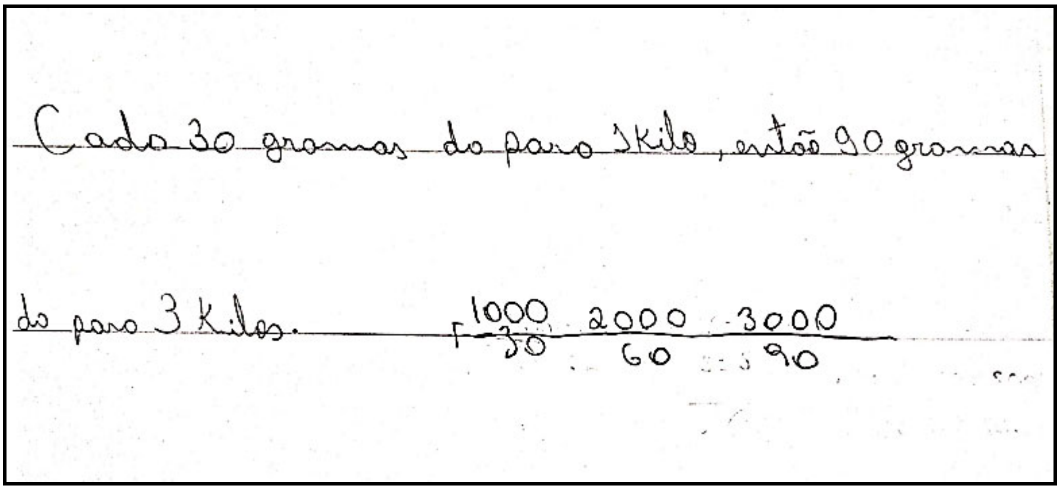


Figura 23: Resolução G2 para questão 2

G3

Para o problema 1, os alunos fizeram as devidas conversões de medidas e descobriram a razão de quantas gramas de fermento biológico seria necessário para um quilo de farinha de trigo, ou seja, $\frac{1000}{30}$. Como eles acharam a razão para $1kg$ de trigo e sabia que era proporcional a razão para 3 kg de farinha de trigo, multiplicaram por 3 para obter a quantidade de fermento biológico necessário.

Deste modo, chegaram na resposta esperada e ainda identificaram que as três razoes obtidas eram diretamente proporcionais. Vale salientar que eles usaram o conceito de proporcionalidade, mas não por meio do algoritmo que já tínhamos trabalhado em sala.


Cada 30 gramas da para 1 kilo, então 90 gramas da para 3 kilos.

$\frac{1000}{30}$ $\frac{2000}{60}$ $\frac{3000}{90}$

Figura 24: Resolução G3 para questão 1

Na Resolução da segunda atividade, como os grupos anteriores, eles usaram o algoritmo que já haviam visto em sala de aula, e o que chama atenção é que no cálculo não identificaram a igualdade entre as razões, representando o sinal de igualdade

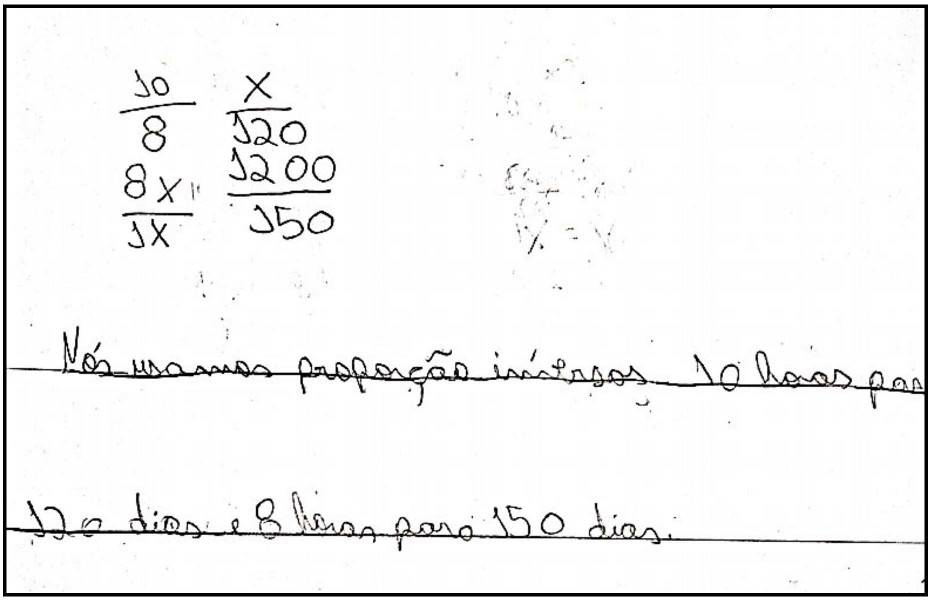


Figura 25: Resolução G3 para questão 2

G4

Nesta resolução do problema, os alunos identificaram os dados e conseguiram encontrar que para cada 1kg de trigo são necessários 20g de fermento biológico, e através desse levantamento somaram 30, três vezes, para descobrir que 90g de fermento biológico são necessários para 3kg de trigo.

Observamos que não identificaram que haviam razões e que essas são proporcionais, mas, de toda forma usaram o conceito subentendido.

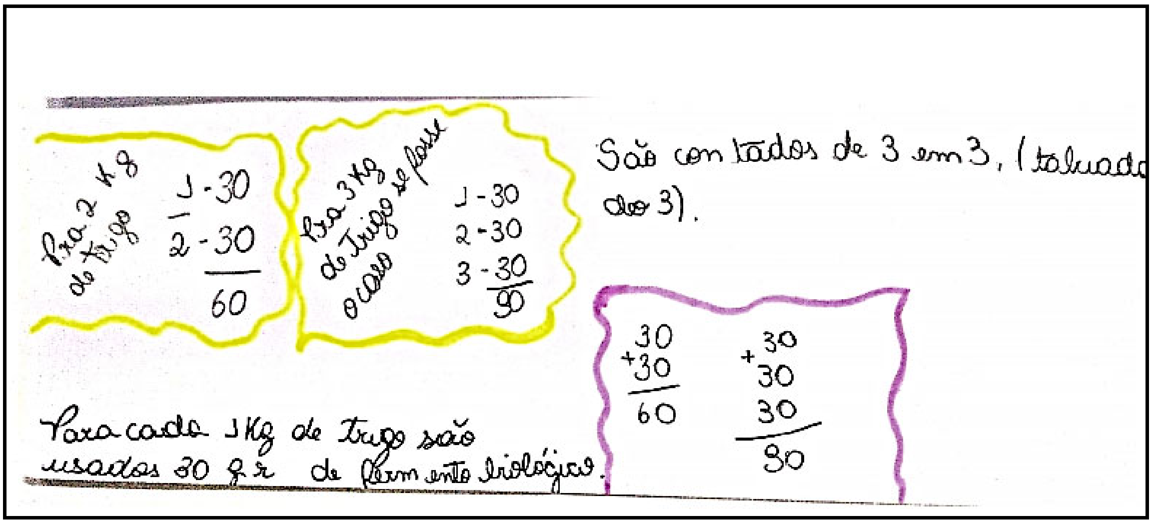


Figura 26: Resolução G4 para questão 1

Já neste segundo problema, não só identificaram o conceito de proporcionalidade, como identificaram que se tratava de grandezas inversamente proporcionais. Além disso, diferente de todos os outros grupos anteriores, que usaram o algoritmo de resolução, eles mostraram em seu cálculo a igualdade entre as duas razões, conseguindo chegar na resposta.

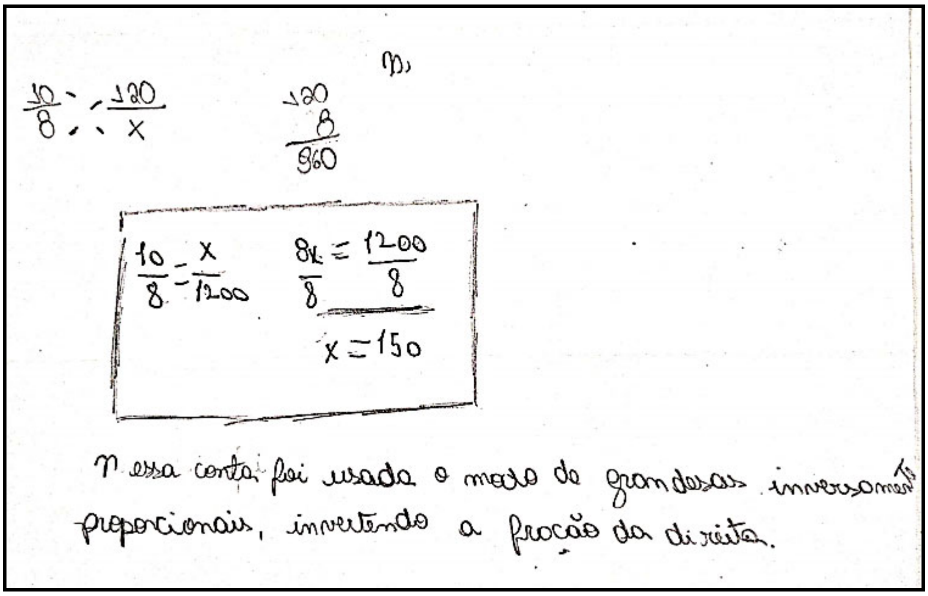


Figura 27: Resolução G4 para questão 2

G5

O Grupo 5 identificou o conceito, fazendo o uso de grandezas diretamente proporcionais, e encontraram o valor da resposta, 90 gramas. Além disso, registraram a maneira que utilizaram para tal resolução.

Nós nos reunimos, compartilhamos duvidas e opiniões, analisamos o problema e chegamos a conclusão de que são necessarias 90 gramas de fermento biológico para 3 Kg de farinha de trigo.
Chegamos a essa conclusão sabendo que, para cada 1 Kg de trigo, são necessários 30 gramas de fermento biológico, sendo assim, são necessários 90 gramas de fermento biológico para 3 Kg de farinha de trigo.

$$\frac{60}{2} = \frac{x}{3}$$

$60 \times 3 = 180$

$2x = \frac{180}{2}$

90

$x = 90$

Figura 28: Resolução G5 para questão 1

Para o segundo problema, eles usaram o algoritmo, mesmo não tendo o registrado. Apesar de chegarem ao resultado, não citaram se era ou não grandeza inversamente proporcional.

Nós resolvemos o problema com uma conta de divisão, demos nossas opiniões, compartilhamos dúvidas, e, desse modo, dividindo 120 por 8, chegamos a conclusão de que 150 é o resultado.

dividindo

$$\begin{array}{l|l} 120 & 8 \\ \hline 40 & 150 \\ 0 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 120 \\ \times 10 \\ \hline 000 \\ 120+ \\ \hline 1200 \end{array} \quad \begin{array}{l|l} 1200 & 8 \\ \hline 40 & 150 \\ 0 & \end{array}$$

Figura 29: Resolução G5 para questão 2

PLENÁRIA

A plenária ocorreu após o termino de cada questão. Assim, após todos os grupos concluírem suas respostas a respeito da questão 1, convocamos os grupos a discutirem entre si sobre o problema o qual resolveram e como eles iriam abordar esse para a turma. Uma vez que somente três integrantes do grupo de um total de cinco iriam expor as ideias no quadro. Vale ressaltar que dividimos o quadro em cinco partes para posteriormente discutirmos sobre as diferentes maneiras de se chegar no resultado.

Para a questão 1, as resoluções apresentaram o mesmo resultado o qual era $90g$. Porém os grupos G1, G2 e G5 fizeram o uso de um algoritmo para descobrir o total de fermento necessário para $3kg$ de farinha.

Já os grupos G3 e G4 chegaram ao mesmo resultado utilizando a logica, ou seja, se para $2kg$ de farinha precisavam de $60g$ de fermento, então bastava descobrir quantas gramas de fermento para $1kg$ e consecutivamente, a quantidade necessária para $3kg$, utilizando conceitos de multiplicação, porém, não deixando de utilizar conceitos de proporcionalidade para a resolução desses.

Após a resolução de todos os grupos na lousa, foi levantado alguns questionamentos sobre como os grupos conseguiram chegar no mesmo resultado com maneiras diferentes? Quais das maneiras apresentadas era mais prática e rápida de solucionar o problema?

As repostas dos alunos eram que ao usar o algoritmo chegaríamos na resposta com mais facilidade, e que apesar de algumas respostas não representarem o algoritmo utilizado para a proporção, todas as resoluções envolviam conceitos a respeito dessa. Ainda nesse momento, nós como mediadoras resolvemos o problema na lousa explicando o passo a passo, e como se utiliza o algoritmo de igualdade entre duas razões para fazer cálculos como esse do problema exposto.

No dia seguinte, iniciamos novamente a dinâmica da resolução de problemas e entregamos a questão 2, a qual se trata de uma situação problema inversamente proporcional. Novamente, após todos resolverem esses, convocamos os alunos a se organizarem para a discussão das resoluções e respostas obtidas.

Na resolução da questão 2 todos os alunos utilizaram o algoritmo e chegaram ao resultado. Após todos terem resolvido a situação problema no quadro, foi levando um questionamento de como eles perceberam que se tratava de um problema inversamente proporcional.

As respostas em sua maioria revelaram que o primeiro cálculo realizado foi de grandezas diretamente proporcionais, e que quando chegaram a esse resultado não havia sentido para eles. E que logo eles repensaram e chegaram à conclusão que se tratava de grandezas inversamente proporcionais.

Assim foi retomado os conceitos de proporcionalidade que estão inseridos no nosso cotidiano e como que o interpretar o problema influenciara totalmente em nossas respostas, esse momento levou os alunos a discutirem e perceberem a proporção no meio em que estão.

Por fim, resolvemos a situação problema no quadro novamente, passo a passo, e ainda ressaltando o porquê do sinal de igual entre duas grandezas, uma vez que essa era uma dificuldade que se sobressaía em toda turma e que a dinâmica resolução de problemas nos ajudou a orientar tal dificuldade.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Durante o período de regência, com a aplicação da metodologia de Resolução de Problemas, conseguimos vivenciar e enfrentar dificuldades que os alunos encontram para compreender conceitos matemáticos. Além disso, proporcionamos aos alunos um pensamento diferente do pensamento rígido, que só consegue solucionar um problema dentro de um esquema aprendido, ação essa, que acontece normalmente nas aulas tradicionais/tecnicista.

O fato de possibilitarmos que os alunos pensassem por si mesmos, proporcionou uma maior atenção e interação da turma. Em um primeiro momento os alunos demonstraram insegurança diante de suas habilidades, porém, com o decorrer das atividades, os alunos evidenciaram interesse pelo que estava sendo trabalhado.

Percebermos que, apesar de difundida e defendida entre vários pesquisadores da Educação Matemática, a Metodologia da Resolução de Problemas ainda é uma prática pouco presente nas salas de aula.

É necessária uma ação conjunta no sentido de viabilizar esta metodologia em sala de aula: os professores precisam refletir acerca de seu papel; os gestores da educação devem proporcionar boas condições para o pleno desenvolvimento da prática docente; as universidades que oferecem cursos de formação de professores devem trabalhar sempre no intuito de dar uma boa formação àqueles que vão realmente estar à frente do processo de ensino.

Concluímos que essa experiência contribuiu para que pudéssemos refletir acerca do nosso papel como professoras, em nossa didática e na maneira de abordar os conteúdos. Mantendo-se sempre atualizadas, buscando novas alternativas de ensino, para que consigamos garantir ao aluno uma aprendizagem eficaz e significativa.

REFERÊNCIAS

LAMONATO,M; PASSOS,C. Discutindo resolução de problemas e exploração-investigação matemática: reflexões para o ensino de matemática, 2011.

ONUCHIC, L. de la R. **Uma História da Resolução de Problemas no Brasil e no Mundo**. In: I SERP Seminário Em Resolução de Problemas. Palestra de encerramento do I SERP, UNESP, Rio Claro, 2008.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Ensinando Matemática na sala de aula através da Resolução de Problemas. **Boletim GEPEM.** Rio de Janeiro; v. 55, p. 1-19, 2009.

OLIVEIRA, P. Resolução de Problemas: Que Prática Pedagógica Podemos Revelar? IV SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Anais.Brasília-DF,25 a 28 de OUTUBRO de 2009,P.1-15.

CHICA, C. Por que formular problemas? In: SMOLE, K. S, DINIZ, M. I. **Ler, escrever e resolver problemas:** habilidades básicas para aprender matemática. Porto Alegre: Artmed, 2001, p.151-173.

ANÁLISE DA APLICAÇÃO DE UM PROBLEMA DO PISA 2012 EM UMA TURMA DO 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Wellington Fernando Delvechio Gama Garcia

INTRODUÇÃO

Atualmente a Educação Matemática no Brasil estuda diversas teorias que dizem respeito aos métodos de ensino em sala de aula, aplicação de avaliações, sequências didáticas, dentre outras. A Resolução de Problemas é uma dessas áreas de estudo, recente no Brasil, dado que os estudos e discussões a respeito dela não é recente e a Educação Matemática em si, não é uma ciência muito antiga.

Mesmo ainda sendo muito pesquisada e aprimorada, a Resolução de Problemas se mostra eficiente no aprendizado dos alunos e, como pude observar na aplicação desta metodologia na regência do Estágio Supervisionado I, a Resolução de Problemas ajuda os alunos a entenderem o conteúdo que eles viram durante as aulas de matemática aplicados em situações reais e que, muitas vezes, dependem de outros conhecimentos e outras estratégias para se resolver que não foram mostradas durante as aulas, como conteúdos trabalhados em outros anos, conhecimentos de mundo que o aluno aprende fora da escola, etc.

Durante este texto, descreveremos a aplicação de um problema do PISA 2012 em uma turma de 9º Ano do Ensino Fundamental de uma Escola Pública do interior do Paraná, onde eu como aluno de Licenciatura em Matemática, executei a minha regência da matéria Estágio Supervisionado I, durante 25 horas aula no total. Além do mais analisaremos as produções dos alunos e apresentarei minhas considerações sobre estas.

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Todos os dias nos deparamos com problemas que devemos lidar de forma racional e usando lógica matemática para isso, por essa questão é importante que os alunos desenvolvam a habilidade de lidar com essas situações problema na sala de aula.

Segundo Chica (2001, p.6), “problema é toda situação que não possui uma solução evidente, na qual é exigido que o resolvedor combine seus conhecimentos e decida-se sobre como usá-los na busca da solução”.

Os métodos mais comuns de se ensinar, muito criticado pelos pesquisadores da Educação, têm ênfase em decorar procedimentos, fórmulas e calculo meramente mecânicos e, segundo D’Ambrosio (2008, p.2), “Regras e procedimentos, técnicas, podem ser inteligentemente, e não mecanicamente utilizados, somente quando a inteligência do aluno fez parte de sua aquisição.” E, “Não podemos apresentar factos e pôr os alunos simplesmente a aplica-los ou a prova-los; assim como não podemos explicar técnicas e fazer com que os alunos se limitem a executá-las.” (GOLDENBERG, 1999, p. 37).

D’Ambrosio, baseado em Henningsen e Stein (1997), categoriza os problemas aplicados aos alunos em quatro categorias, tal que os critérios destas dependem do esforço cognitivo necessário para resolver o problema. São estas:

- *Memorização:* Ordem das operações, regras de sinais, fórmulas de perímetro ou área, etc;
- *Aplicação de procedimentos sem conexões:* Soma de frações, multiplicação de números inteiros, regra de três, etc;
- *Aplicação de procedimentos com conexões:* Soma de frações, demonstrada com diferentes materiais didáticos. Diferentes modelos geométricos para demonstrar a propriedade distributiva;
- *Fazer matemática (comportando-se como um matemático):* Problemas que exigem do aluno uma criatividade na proposta de solução, onde a abordagem não tem direção imediatamente identificável.

É importante destacar que essa proposta sugere que o professor analise as suas atividades em sala de aula e se baseie na capacidade dos alunos para ensinar, desta forma não torne as aulas triviais para os alunos apenas aplicando problemas simples, muito menos ultrapasse sistematicamente os limites cognitivos dos alunos, os quais devem ser desenvolvidos de forma a serem superados os seus limites pouco a pouco. O que corrobora com Van de Walle (2009, p.3) “[...] o problema deve partir da compreensão atual dos alunos, fazendo sentido para os mesmos”.

Para Van de Walle (2009), o professor deve “[...] atuar como mediador, problematizador, questionador, antes, durante e após a resolução de problemas” (p.3). As ações do professor durante o processo de aprendizagem por Resolução de Problemas influenciam muito, como em muitas outras metodologias de ensino.

E tratando a sala de aula durante a Resolução de Problemas como um ambiente investigativo presa desenvolver atitudes questionadoras, a observação e análise de situações, a formulação de conjecturas, a procura de explicações e de argumentos. A criatividade tem um papel muito importante no desenvolvimento destas habilidades.

Para Van de Walle (2009), se o professor trabalhar a Resolução de Problemas sempre como forma de fixar o conteúdo ou exercitar cálculos após a apresentação do conteúdo, esta metodologia deixará de contribuir com o desenvolvimento dos conhecimentos dos alunos da mesma forma como se introduzido o conteúdo com ela, pois a Resolução de Problemas não passará de outros exercícios repetitivos e automatizados.

Por fim, Onuchic (2008) relata que os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de 1997, 1998, e 1999

> [...] apontam o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas, explorá-los, generalizá-los e até propor novos problemas a partir deles, como um dos propósitos do ensino de Matemática; indicam a resolução de problemas como ponto de partida das atividades matemáticas; e discutem caminhos para se fazer matemática na sala de aula. ONUCHIC (2008, p.7)

Na pesquisa de Chica (2001), ela trabalha com os alunos a Resolução de Problemas, porém a autora propõe que os alunos elaborem os próprios problemas ou elaborem as perguntas para que os próprios alunos possam responde-las. Isso faz o aluno olhar para um problema e pensar de modo diferente e olhar para as situações cotidianas de forma diferente também.

Além disso, Chica (2001) relata que "[...] é preciso atenção para que não sejam enfatizados os *erros* dos alunos como falhas inaceitáveis [...]". Deste modo, notamos que a Resolução de Problemas em Matemática não é tão simples como se pode pensar. Existe uma pequena diferença entre a aplicação de uma metodologia eficiente de ensino-aprendizagem e avaliação e a simples repetição dos antigos erros em sala de aula. Assim, procuramos seguir, durante a aplicação do problema em sala de aula, o que a teoria dizia sobre e que apresentamos nesta seção.

METODOLOGIA

O estágio obrigatório supervisionado foi realizado no período matutino, em uma turma de nono ano do ensino fundamental de uma escola pública de Campo Mourão. O estágio foi composto por 25 (vinte e cinco) horas aula no total, sendo 5 (cinco) horas aula de observação e 20 (vinte) horas aula no período de regência.

A turma contava com 32 alunos no livro de chamada, porém 2 deles foram transferidos, além do mais havia um aluno recorrente.

Durante as aulas de observação, eu e minha parceira de estágio observamos os métodos do professor regente da turma e, além disso, observamos ao mesmo tempo os alunos, seu comportamento e desempenho durante as aulas de matemática.

Notamos nessas aulas que a professora regente utilizava de uma metodologia simples e antiga, porém, era notável o bom desempenho dos alunos durante as aulas. Quando começamos o período de observação o professor regente estava ensinando sobre relações métricas no triângulo retângulo. Naquele ponto os alunos já conheciam o teorema de Pitágoras e assim, a professora desenvolveu as outras relações métricas de um modo simples no quadro para que os alunos entendessem de onde vieram as equações então os alunos copiavam as equações de relações que estavam no quadro.

Após isso o professor regente fez um exercício fechado com os alunos onde a atividade pede apenas para resolver ou encontrar um lado, que não exige interpretação por parte dos alunos, e então o professor passa outros exercícios para que os alunos resolvam no caderno.

Uma aula antes da prova o professor regente passou uma atividade em forma de trabalho para que os alunos se preparassem para a prova e, no dia seguinte (dia da prova), os alunos receberam seus trabalhos corrigidos de volta que puderam ser utilizados durante a prova como forma de consulta.

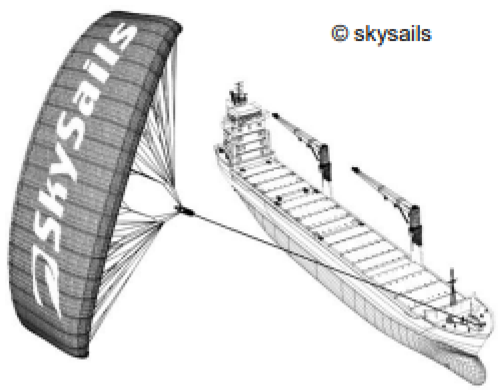
Após a avaliação nós assumimos a regência da turma durante um período de 20 (vinte) horas aula. Nesse período ensinamos aos alunos os conceitos e propriedades das razões trigonométricas no triângulo retângulo, além do mais, intercalamos as aulas formais dos conceitos com aulas para resolução de atividades e problemas, em sua maioria propostos no livro didático, e algumas aulas para a resolução do problema que norteava o nosso estágio em resolução de problemas.

O problema que foi trabalhado em nosso estágio é oriundo do PISA 2012, chamado de Navios Velejadores, que tratava o conceito de razões trigonométricas e entre outros conceitos ligados a resolução daquele problema. A seguir, apresento o problema a seguir[1]:

NAVIOS VELEJADORES

Noventa e cinco por cento do comércio mundial é realizado por mar, em aproximadamente 50 000 navios tanque, grandes cargueiros e navios-contêiners. Boa parte desses navios é movida a óleo *diesel*.

Os engenheiros estão projetando o desenvolvimento de suportes eólicos para os navios. A proposta é anexar *skysails* aos navios e usar a força do vento para reduzir o consumo de óleo *diesel* bem como o impacto do combustível sobre o meio ambiente.



Questão 1: NAVIOS VELEJADORES *PM923Q01*

Uma vantagem do uso de uma *kite sail* é que ela voa a uma altura de 150 m. A essa altura, a velocidade do vento é aproximadamente 25% maior do que embaixo, no deque do navio.

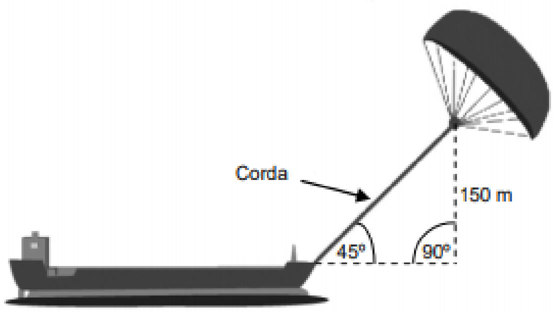
A que velocidade aproximada o vento sopra uma *kite sail*, quando a velocidade do vento, medida no deque de um navio-contêiner, é de 24 km/h ?

A 6 km/h
B 18 km/h
C 25 km/h
D 30 km/h
E 49 km/h

Questão 3: NAVIOS VELEJADORES *PM923Q03*

Aproximadamente qual é o comprimento de corda para que a *kite sail* puxe o navio a um ângulo de 45° e fique a uma altura vertical de 150 m, como mostrado no diagrama à direita?

A 173 m
B 212 m
C 285 m
D 300 m



Obs: Desenho fora de escala .
© skysails

[1] Navio Velejadores. Problema Extraído de: http://portal.inep.gov.br/exemplos-de-questoes-do-pisa.

Questão 4: NAVIOS VELEJADORES PM923Q04 – 0 1

Devido ao alto custo do óleo *diesel*, a 0,42 zeds por litro, os proprietários do navio *Nova Onda* estão pensando em equipar seu navio com uma *kite sail*.

Calcula-se que uma *kite sail* como essa tenha o potencial para reduzir o consumo de *diesel* em cerca de 20%.

Nome: *Nova Onda*

Tipo: cargueiro

Comprimento: 117 metros

Envergadura: 18 metros

Capacidade de carga: 12 000 tons

Velocidade máxima: 19 nós

Consumo de *diesel* por ano, sem uma *kite sail*: aproximadamente 3 500 000 litros

O custo para equipar o *Nova Onda* com uma *kite sail* é de 2 500 000 zeds.

Após quantos anos a economia com o custo do óleo *diesel* poderia cobrir o custo da *kite sail*? Apresente os cálculos para fundamentar sua resposta.

....

....

....

....

....

....

....

Número de anos:...................................

Para a resolução destes problemas solicitamos aos alunos que se dividissem em grupos de, no máximo 4 (quatro) alunos, apesar disso, um dos grupos continha 6 alunos. Cada grupo foi subdividido por funções.

A dupla de estagiários determinava a função de cada aluno, sendo estes 1 (um) coordenador do grupo, que tinha por objetivo controlar o tempo e o grupo, além do mais o coordenador era responsável por tirar as dúvidas do grupo com os professores estagiários, 1 (um) redator, que tinha por função escrever os cálculos e as respostas do grupo para cada atividade, que seria entregue no final e, por fim, 2 (dois) relatores, os quais eram responsáveis por apresentar as resoluções do grupo para a turma.

Para os grupos com mais integrantes, os alunos que restavam nas distribuições de tarefas relatada acima, ficavam com a função de relator. Cada aluno recebeu uma fita de uma cor, cada cor representava a função que o aluno exercia no grupo (preta-coordenador, verde-redator, laranja-relator).

No total foram utilizadas 4 (quatro) horas aula para a resolução do problema e as discussões referentes as respostas dos alunos.

Cada grupo deveria apresentar sua resolução no quadro, exceto no caso em que a resolução do grupo foi igual ao grupo que apresentou, caso houvesse qualquer diferença na resolução, mesmo de representação, o grupo deveria apresentar a resolução por completo. Ao final todos os grupos apresentaram pelo menos uma vez.

Ao passo que todos os métodos de resolução para um item da atividade fossem apresentados, iniciávamos uma discussão para que os alunos opinassem em qual método ou resposta estavam corretos. Quando os alunos afirmavam que estava correto, os questionávamos porquê eles acreditavam que aquela resolução estava correta ou, por que eles acreditavam estar errados.

ANÁLISE DAS PRODUÇÕES DOS ALUNOS

Para facilitar a identificação de cada grupo, enumeraremos os Grupos do número 1 ao 7 (ex.: Grupo 1, Grupo 2).

Na primeira atividade, dentre os sete (07) grupos, notamos que houveram três (03) métodos distintos para a resolução desta questão.

Os Grupos 1, 4, 5 e 6 calcularam primeiramente quanto valia 25% de 24 Km/h e depois somaram o resultado com os 24 Km/h iniciais, resultando em 30 Km/h, o que, ao nosso ver foi correto.

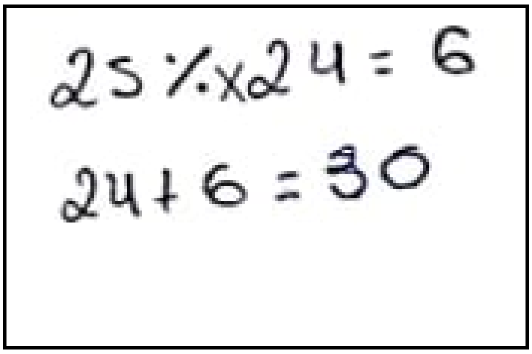


Figura 30: Resolução do Grupo 5 na Questão 1

Já os Grupos 2 e 7 dividiram o valor dado como a altura da *kite sail* dado no enunciado (150 m) por 25, que neste caso, de acordo com o enunciado da questão, 25 representava a taxa percentual de aumento da velocidade, ou seja, os alunos dos grupos 2 e 7 apenas operaram os valores dados, sem se preocupar com o contexto e o significado que cada número tinha.

Prosseguindo com as análises deste grupo de resoluções, os alunos somaram o valor encontrado na divisão (150 dividido por 25), que foi 6, com o valor da velocidade no deque do navio, que era 24 Km/h. Assim os grupos 2 e 7 marcaram a resposta correta, 30 Km/h, porém a resolução destes grupos não teve o mesmo significado que remetia a questão e a resposta. Logo, consideramos estas respostas como erradas.

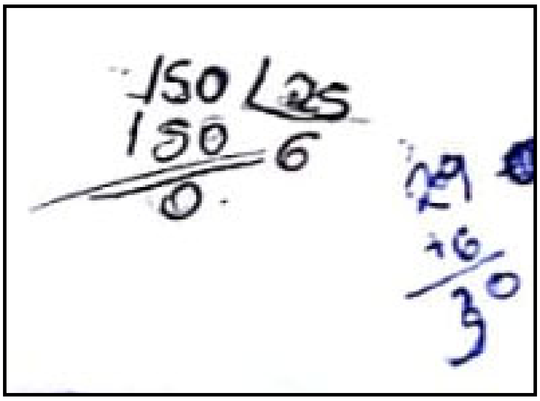


Figura 31: Resolução do Grupo 2 na Questão 1

A última resolução diferente para esta questão foi a do Grupo 3. O grupo dividiu 24 por 100, para descobrir quanto valia 1% de 24 Km/h, logo após o grupo multiplicou o resultado obtido (0,24) por 25, para descobrir quando valia 25% de 24 Km/h, chegando em 6 Km/h, por fim, o grupo somou os 6 Km/h com os 24 Km/h e chegou a resposta de 30 Km/h. Esta também foi considerada uma resposta correta.

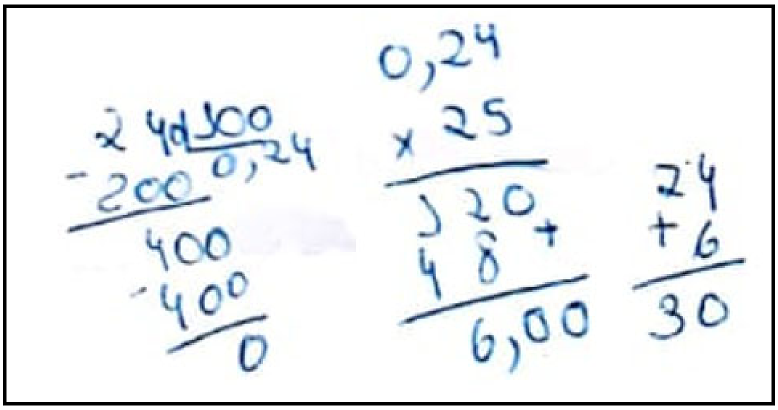
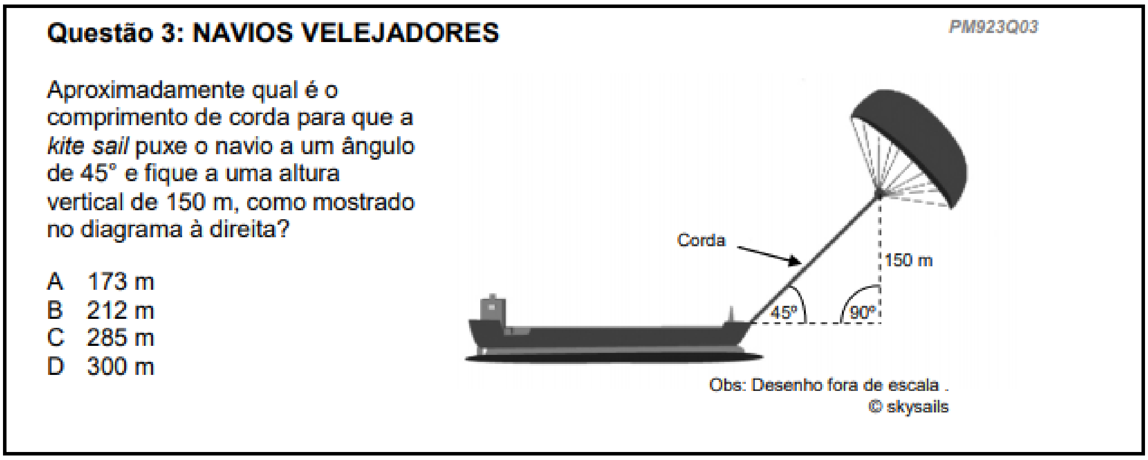


Figura 32: Resolução do Grupo 3 na Questão 1

Durante a plenária da Questão 1 os alunos dos grupos 2 e 7, que resolveram de forma incorreta perceberam o erro deles, sem a necessidade de explicações mais elaboradas por parte dos professores regentes. Já os outros alunos conseguiram reconhecer que as resoluções das figuras 1 e 3 eram diferentes, mas com o mesmo significado.

Seguindo com as atividades, agora apresentarei as análises da Questão 2. Nesta questão era abordado o conteúdo em que trabalhamos durante nossa regência de estágio, as razões trigonométricas. A seguir, apresento a questão:



Questão 3: NAVIOS VELEJADORES PM923Q03

Aproximadamente qual é o comprimento de corda para que a *kite sail* puxe o navio a um ângulo de 45° e fique a uma altura vertical de 150 m, como mostrado no diagrama à direita?

A 173 m
B 212 m
C 285 m
D 300 m

Figura 33: Questão 2 do Pisa 2012

Nesta questão era esperado que os alunos utilizassem das razões trigonométricas, neste caso o seno, que relaciona o Cateto Oposto (CO) e da Hipotenusa

(H), além do mais, o ângulo de 45º é um ângulo notável, ou seja, um ângulo comum em trigonometria que é ensinado aos alunos qual é o valor do seu seno, cosseno e tangente, sendo o seno de 45º igual a $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Com relação à resposta, esperávamos que os alunos chegassem à resposta de 212 metros, ou algo próximo deste valor pois $\frac{\sqrt{2}}{2}$ é um número irracional, ou seja, tem infinitas casas decimais ($\frac{\sqrt{2}}{2} \approx 0{,}7071067811\ldots$), e o resultado depende de quantas casas decimais o aluno utilizou, além do mais depende se o aluno arredondou o valor final ou não.

Os Grupos 1, 2, 3, 4 e 5 utilizaram a razão trigonométrica correta, o seno, além do mais aplicaram ela corretamente. Ambos os grupos fizeram os cálculos com seno de 45º equivalente à 0,7, o que é um arredondamento de $0{,}7071067811\ldots$, logo, eles chegaram no resultado de 214,28 m, alguns dos grupos arredondaram para 214 e marcaram a alternativa mais próxima, que era 212.

O Grupo 1, em exceção aos outros, nos questionou sobre o resultado não ter sido igual ao que as alternativas davam, afirmando terem procurado erros, mas não encontrado nenhum erro em suas resoluções, logo, nós professores regentes pedimos para que o grupo observasse o arredondamento do valor de seno de 45º que eles utilizaram, após isso eles apresentaram uma segunda resposta além dos 214 m, 212,134. A seguir apresentamos alguns registros das resoluções.

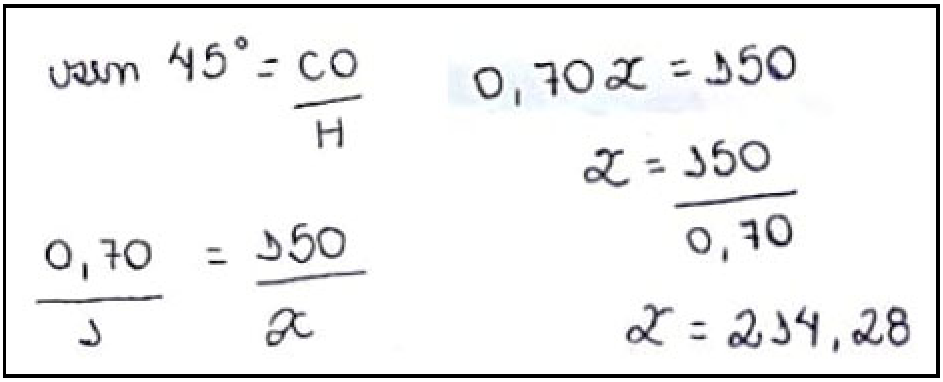


Figura 34: Resolução do Grupo 3 na Questão 2

$$\text{sen}\,\alpha = \frac{CO}{H}$$

$$0{,}7071 = \frac{150}{H}$$

$$H = 150 \div 0{,}7071$$

$$H = 212{,}1340\ldots$$

Figura 35: Resolução 2 do Grupo 1 na Questão 2

Todas essas resoluções, mesmo devido às diferenças nos resultados finais causadas pelo arredondamento do valor de seno de 45º, foram consideradas corretas pois os alunos compreenderam o conceito desta razão trigonométrica em questão que trabalhamos. A seguir, duas outras resoluções que não atenderam aos requisitos para estarem corretas.

A primeira resolução incorreta que apresento é a do Grupo 7. Nesta questão o grupo escreveu na folha de resolução: “A gente somou os números”. E essa foi a resolução deles, simplesmente somar os valores dos ângulos e da altura que constava na figura dada no problema.

$$\text{Sen} = \frac{CO}{H}$$

$$45 + 150 + 90 = 285$$

Figura 36: Resolução do Grupo 7 na Questão 2

Outra resolução incorreta foi a do Grupo 6. Nesta resolução os alunos escreveram a notação para seno, porém utilizaram para este o valor de ½, ou seja, 0,5, o que, ao final, resultou em 300 m.

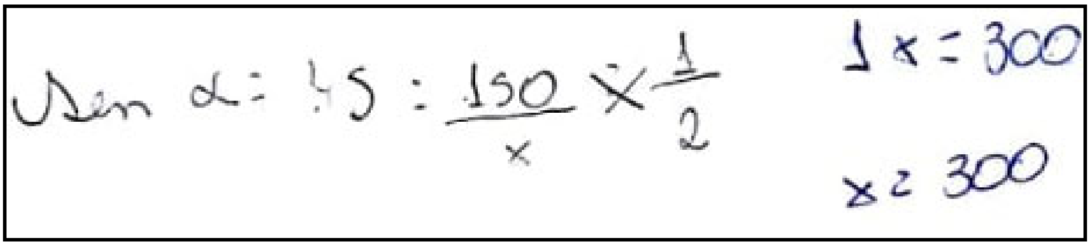


Figura 37: Resolução do Grupo 6 na Questão 2

Na plenária desta questão não foi muito difícil para que os alunos dos grupos 6 e 7 percebessem seus erros. Nesta questão, os próprios alunos que acertaram a questão explicaram para o grupo porque eles estavam errados, o que foi interessante do meu ponto de vista pois percebi que os alunos conseguem aprender sozinhos, sem a necessidade de um professor sempre falando como ele deve fazer.

Outro ponto interessante que ocorreu na plenária da Questão 2 foi que pude perceber que os alunos têm dificuldades em operar número com raízes e frações, e assim preferem utilizar o número em sua representação decimal.

Por fim, na Questão 3, os alunos tiveram muitas dificuldades e nenhum dos grupos conseguiu acertar a questão. A Questão 3 não tratava de uma situação muito complexa.

Apesar das diversas formas de resolução que essa questão possa assumir vou apresentar apenas umas delas aqui.

Inicialmente podemos considerar a economia de diesel que a *kite sail* proporciona, ou seja, uma redução de 20% no consumo de diesel, dos 3.500.000 litros de diesel gastos anualmente. Calculando a economia em litros de diesel temos que uma *kite sail* reduziria o consumo em 700.000 litros anuais, ou seja, multiplicando o volume de diesel pelo preço por litro (0,42 zeds), 294.000 zeds economizados anualmente.

Se uma *kite sail* custa 2.500.000 zeds para ser instalada, basta dividirmos o preço de uma *kite sail* pelo valor economizado anualmente. Assim chegamos no resultado de aproximadamente 8,51 anos para cobrir os custos de instalação de uma *kite sail*.

Todos os grupos utilizaram o mesmo processo para resolver essa questão, com exceção do Grupo 3 que apresentou esta e outra forma de resolução. Além disso, os grupos apresentaram a resposta final de formas diferentes.

Basicamente os grupos pegaram a quantidade de diesel gasta pelo navio sem a *kite sail* e multiplicaram pelo preço do diesel (0,42 zeds), logo após isso, os alunos pegaram o valor de uma *kite sail* (2.500.000) e dividiram pelo resultado obtido na operação descrita anteriormente (1.470.002).

Chegando ao fim em 1,7 anos. A apresentação das respostas divergiu neste momento, seis (06) dos (07) grupos apresentaram a resposta como sendo 1 ano e 7 meses. Os alunos nestes casos não consideraram que uma unidade decimal não equivaleria a um mês devido ao fato de que um ano é composto por 12 unidades, ou seja, cada mês equivale a 1/12 ano ou 0,08333... ano. O outro grupo apresentou a resposta como no cálculo, 1,7 anos.

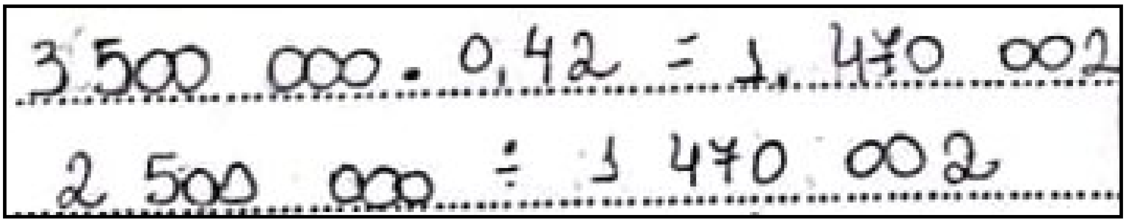


Figura 38: Resolução do Grupo 1 na Questão 4

O Grupo 3 além desta resposta, apresentou outra e pontou que esta resposta de 1 ano e 7 meses valeria para o navio parado, o que não está totalmente errado, visto que a Questão 4 pedia para que os alunos calculassem quanto tempo levaria para a economia com o diesel de um navio proporcionada por uma *kite sail* cobrir os seus custos de instalação.

Assim, se o navio economizasse todo o combustível (3.500.000), ou ficasse parado, pelo ponto de vista do Grupo 3, levariam 1,7 anos para pagar uma *kite sail*, porém não foi considerado pelo grupo que se o navio ficar parado ele não gera renda, desta forma, não teria como juntar o dinheiro para pagar uma *kite sail*.

Na outra resolução apresentada pelo Grupo 3 os alunos calcularam os 20% de economia que uma *kite sail* proporcionaria e descontou do valor total de diesel gasto, ficando assim com 2.800.000 litros de diesel consumidos anualmente pelo navio. O grupo calculou o custo em zeds de 2.800.000 litros de diesel, resultando em 1.176.000 zeds e dividiu o custo de uma *kite sail* por este valor, chegando em 2,1 anos como resposta final, escrita no final como 2 anos e 1 mês.

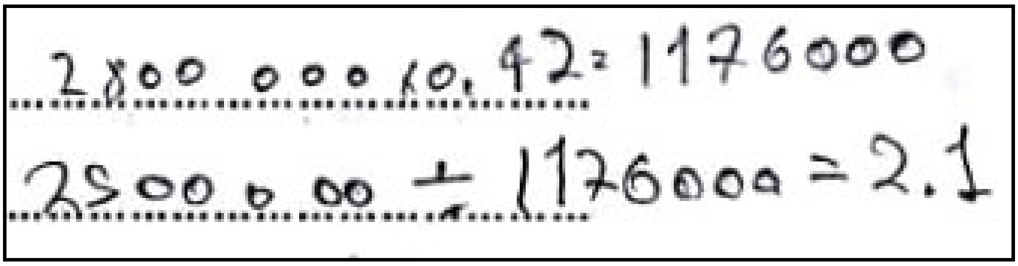


Figura 39: Resolução do Grupo 3 na Questão 4

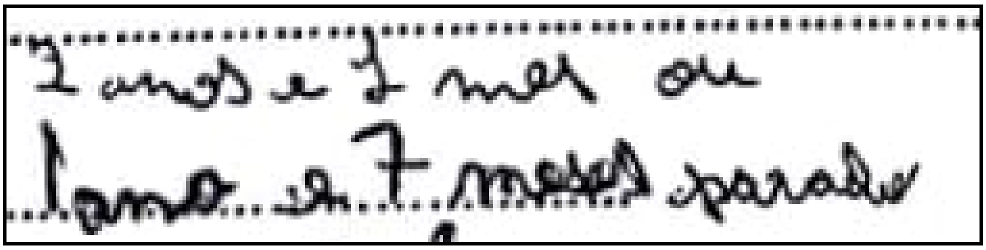


Figura 40: Resolução do Grupo 1 na Questão 4

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com a aplicação desta atividade pude notar que muitos alunos têm autonomia para trabalhar em sala de aula, logo, precisaram de menos ajuda dos professores, porém, alguns alunos têm dificuldades em desenvolver atividades escolares sem uma indicação de direção. Por este motivo, entendi que as atividades que envolvem resoluções de problemas contribuem para o desenvolvimento do aluno pois, este tipo de atividade exige que o aluno seja autônomo.

Com relação aos acertos e erros, percebemos que, a maioria dos alunos, conseguiu resolver a Questão 2, que se tratava do conteúdo de razões trigonométricas, que foi trabalhado no meu período de regência de estágio. As demais questões tiveram resultados diferentes do esperado por mim.

Na Questão 1 todos os alunos acertaram, se eu considerasse apenas se a alternativa marcada pelo aluno estivesse correta, porém os Grupos 2 e 7 utilizaram um método que não funcionaria com outros números, ademais, o conceito por trás do método de resolução dos Grupos 2 e 7 estavam matematicamente incorretos.

Os demais grupos (1, 3, 4, 5 e 6) acertaram a questão completamente. Já para a Questão 4 nenhum dos grupos conseguiu resolvê-la. Ao analisar os registros escritos dos alunos percebi que em todas as folhas de resoluções houveram, principalmente, erros de lógica, no sentido de que os alunos não conseguiram organizar uma sequência lógica para utilizar os dados, eles apenas usaram qualquer dado que eles tiveram disponível.

Na Questão 4 foi onde mais ocorreu este tipo de erro, porém ele já apareceu em outras resoluções, como podemos observar na resolução do Grupo 7 na Questão 2:

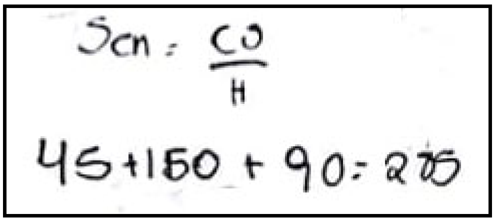


Figura 41: Resolução do Grupo 7 na Questão 2

Por fim, posso dizer que, durante a minha experiência com a Resolução de Problemas, esta metodologia se mostrou eficiente em mostrar as dificuldades dos alunos, não só com relação ao conteúdo tratado em sala de aula, mas também com relação a outros pontos, como lógica, frações, trabalho em grupo, autonomia, etc., o que faz com que o professor, se prestar atenção aos detalhes, possa entender os erros dos alunos e ser mais eficientes em formar um aluno com bom entendimento em matemática.

REFERÊNCIAS

CHICA, C. H. **Por que formular problemas?** In: SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. (Org). Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para apreender matemática. Porto Alegre: Artmed, 2001. 204p.

D'AMBROSIO, B. S. A **Evolução da Resolução de Problemas no Currículo Matemático.** Miami University. Ohio, EUA, 2008.

GOLDENBERG, Mirian. **A arte de pesquisar.** Rio de Janeiro: Record, 1999.

WALLE, John A. Van de. **Matemática no Ensino Fundamental:** formação de professores e aplicação em sala de aula. 6 ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: PITÁGORAS

Henrique Denker Kamke
Henrique Rochadelli

INTRODUÇÃO

A metodologia de ensino resolução de problemas foi o foco de estudos durante as aulas de estagio supervisionado. Após atividades em sala de aula e a leitura de vários artigos de autores especializados em ensino da matemática pudemos perceber as vantagens e desafios desse método de ensino, pois as diferenças entre ele e as tradicionais é grande. Um dos maiores desafios encarados pelos alunos e nós futuros professores é a possibilidade de vários tipos de resoluções e vários resultados diferentes, isso quebra a ideia já estabelecida dê que a matemática é sempre exata e sempre um resultado certo.

Em dupla realizamos nosso estagio em uma sala do nono ano de um colégio estadual da rede pública, usando do método de problemas, durante 25 aulas, aplicamos uma atividade com o intuito de escrever este relato, com o objetivo de analisar a eficiência da RP e o nosso desempenho como futuros professores de matemática. Através da resolução de problemas introduzimos os conteúdos de semelhança de triângulos e o teorema de Pitágoras usando o conhecimento prévio dos alunos com algumas atividades fora de sala e exercícios.

Nesse relato apresentaremos a fundamentação teórica que nos deu base para entendermos um pouco sobre a RP, em seguida a descrição da turma, com as nossas impressões da sala e dos alunos em geral, e por fim, os resultados da atividade aplicada.

DESCRIÇÃO DA TURMA

A atividade foi desenvolvida em uma turma do nono ano do ensino fundamental de um colégio público de Campo Mourão-PR, durante cinco aulas de cinquenta minutos. A turma nem sempre estava completa, havendo a falta de alguns alunos em praticamente todas as aulas.

Antes do início das atividades observamos por cinco aulas como se comportava a sala de aula, e assim podemos traçar o perfil de cada aluno. Definindo quais eram mais participativos e quais teriam mais dificuldade com o conteúdo. De um modo geral a sala se comportava bem, mas havia muita falta de interesse em aprender. Os alunos ficavam muito no celular e de conversas com seus colegas de classe.

A professora nos auxiliou em como devíamos lidar com a turma, assim podemos ter uma ideia de como devíamos nos comportam com os alunos e traçamos um plano de aula para aplicar a atividade. Antes do início da tarefa passamos uma leve revisão do conteúdo, não havendo dificuldade em lidar com a sala, pois de um modo geral poucos alunos conversavam alto ou atrapalhavam a aula.

Durante as aulas, para a aplicação da atividade com resolução de problemas definimos os grupos e explicamos a tarefa de cada aluno em seu grupo, assim tendo um líder que seria responsável por comandar o grupo, um escrivão que anotaria os dados, a cobaia que iria tirar os dados e o apresentador na qual teria a função de explicar no quadro o que foi feito na atividade. Não houve resistência em fazer a atividade, pois os alunos aceitaram e tiveram interesse em faze-la.

Levando em conta que eram praticamente vinte e nove alunos em sala, conseguimos manter a ordem e dar o conteúdo de uma maneira tranquila, sem maiores dificuldades.

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Quando falamos de educação matemática, podemos encontrar diversos métodos de ensino diferentes, alguns mais e outros menos eficientes, entre eles destacaremos neste relato a resolução de problemas.

Com o intuito de estimular as capacidades de investigação e raciocínio logico dos alunos, a resolução de problemas surge desde os primórdios do ensino, pois segundo Onuchic (2008), o registro histórico desse tipo de atividade nas civilizações antigas, porem nos séculos passados e nas últimas décadas vem sendo estudadas e usadas com mais profundidade.

Devido as mudanças que ocorreram na sociedade também levaram ao ensino da matemática outras exigências, como a compreensão dos alunos sobre os conteúdos, ensinados começou-se, então, a falar em Resolução de Problemas.

Os métodos de ensino da matemática inicialmente eram caracterizados pela repetição de fatos básicos inicialmente para o progresso do entendimento utilizando a memorização desses conceitos, para que depois de concluírem determinadas matérias deveriam aprender com compreensão e entender o que estavam fazendo.

A resolução de problemas tem o objetivo de entregar para o aluno o papel de descobridor do seu próprio conhecimento, usando seu raciocínio logico e seus saberes. Com isso resta ao professor agir como um mediador entre os alunos e o novo conteúdo, questionando e incentivando a medida que eles constroem um novo conhecimento.

Segundo Romanatto (2012),

> [...] através da resolução de problemas pode ser trabalhada sem grandes rupturas no trabalho docente dos professores que ensinam Matemática. Entretanto, para que isso aconteça, os professores devem, em um primeiro momento, analisar e discutir suas concepções e seus conhecimentos sobre educação, conhecimento matemático, ensino, aprendizagem, avaliação, entre outros elementos presentes no trabalho docente para verificar se são consistentes diante dessa perspectiva de ensinar e de aprender Matemática (p.1).

Podemos perceber a importância da capacitação de professores para esse tipo de método de ensino, visto que o aprendizado dos alunos depende em grande parte de como o professor aborda o conteúdo e a turma em geral.

Em relação aos professor D'Ambrosio (2008) diz que

> [...] é a força principal determinando as atividades a serem desenvolvidas em sala de aula. Ele busca respaldo no livro texto, mas em geral resolve independentemente quais atividades proporá aos seus alunos. A escolha de atividades pelo professor tem sido o objeto de pesquisa nos mais recentes estudos sobre resolução de problemas (p.5).

Outro aspecto importante que vem ao caso em relação as atividades trabalhadas pelo professor é seu grau de dificuldade, se não escolhido com cuidado os alunos podem perder o interesse da atividade, o que é extremamente nocivo, como D'Ambrosio (2008) cita

> [...] Professores que alteram a demanda cognitiva de um problema não o fazem por mal, mas em geral o fazem para evitar o desânimo do aluno. As consequências desses atos para a aprendizagem podem ser devastadoras pois muitas vezes resultam na atitude de "espera que alguém acaba me mostrando" .... "Ou se eu tiver dificuldade o professor acaba fazendo para mim" .... Ou..." o professor não deve achar que eu sou capaz de fazer sozinho, pois sempre me diz o que fazer para resolver o problema... assim que eu começo a vacilar ele intervém." Todas essas atitudes são debilitantes para o aluno de matemática e interferem na aprendizagem e no seu desenvolvimento com o pensamento matemático (p. 6).

Cabe também destacar que a resolução de problemas pode ser aplicada em outras disciplinas, segundo Romanatto (2012),

> [...] nessa perspectiva podemos afirmar que a resolução de problemas não é apenas outra metodologia de ensino, mas sim uma filosofia de ensino. Assim, uma situação indesejável seria a de que, pela ausência de teorias consistentes para a sua aplicação ou pelo fato de não ser um resolvedor de problemas, o professor interpretasse essa filosofia e metodologia de ensino de maneira inadequada e as levasse para a sala de aula apenas como novidade, o que conduziria a um ativismo no trabalho docente sem grandes repercussões positivas para o aprendizado significativo dos conteúdos matemáticos (p.12).

Podemos perceber que a resolução de problemas possui uma relevância maior para o ensino da matemática.

RELATO DA APLICAÇÃO DO PROBLEMA

Os vinte e cinco alunos foram divididos em cinco grupos, todos contendo exatamente cinco alunos.

Entregamos as atividades e explicamos como seria o procedimento, deixando claro que cada grupo deveria resolver os problemas e tirar dúvidas entre os colegas de seu grupo.

Deixamos claro que poderiam nos fazer perguntas, mas que não daríamos dicas e nem iríamos dizer se estavam fazendo certo ou errado. Faríamos com que pensassem e refletissem sobre como estavam resolvendo os problemas e assim procurassem o melhor caminho para o desenvolvimento da atividade.

A tarefa que aplicamos com os alunos se refere ao teorema de Pitágoras onde deveriam analisar os problemas e aplicar a formula correta para chegar a um resultado apenas.

Levando em conta que eles já haviam estudado sobre semelhança de triângulos, achamos que não haveria dificuldade para usar o teorema em questão.

Podemos diferenciar os grupos de tal forma, Grupo 1, Grupo 2, Grupo 3, Grupo 4 e Grupo 5.

Os problemas aplicamos com a turma foram escolhidos de livros didáticos que encontramos na própria biblioteca da escola.

PROBLEMA 1

A primeira questão envolvia a distância entre dois pontos em um certo terreno, que estava dividido em escalas, não mostrado na figura mas informado no enunciado. Onde assim deveriam descobrir a distância entre os pontos, prestando atenção no enunciado para assim aplicar o as medidas corretas e desenvolver os cálculos.

PITÁGORAS: A figura representa uma ilha em escala reduzida. Se o lado de cada quadradinho do mapa equivalente a 1 km em tamanho real qual é a distância em linha reta entre os pontos A e B?

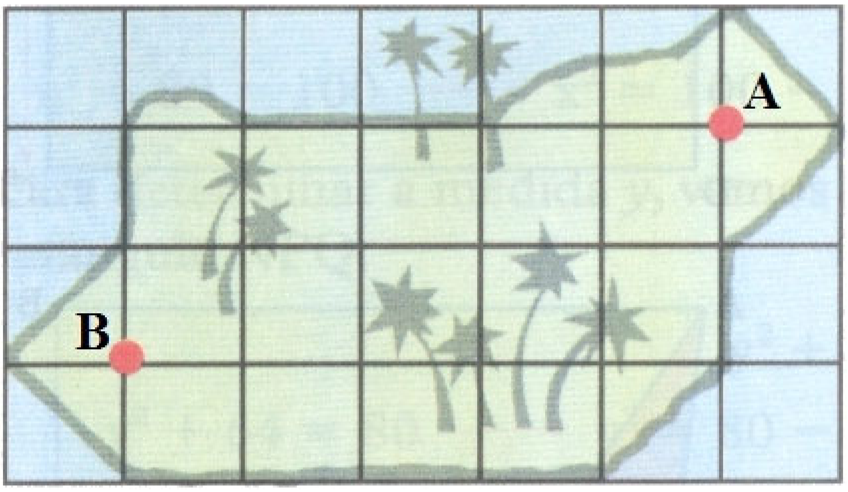


Figura 42: Ilha em escala reduzida

Fonte: https://brainly.com.br/tarefa/1075812

GRUPOS 1,2,3,4 E 5

Os grupos desenvolveram o problema apresentado sem dificuldades, conseguiram ler o enunciado e com os dados que ali estavam conseguiram desenvolver o problema aplicando o teorema de Pitágoras.

De um modo geral todos assimilaram o desenho com o teorema, formando um triângulo retângulo com o desenho dado. Assim os grupos chegaram a um resultado satisfatório sem maiores problemas, como pode ser observado nas figuras a seguir:

GRUPO 1

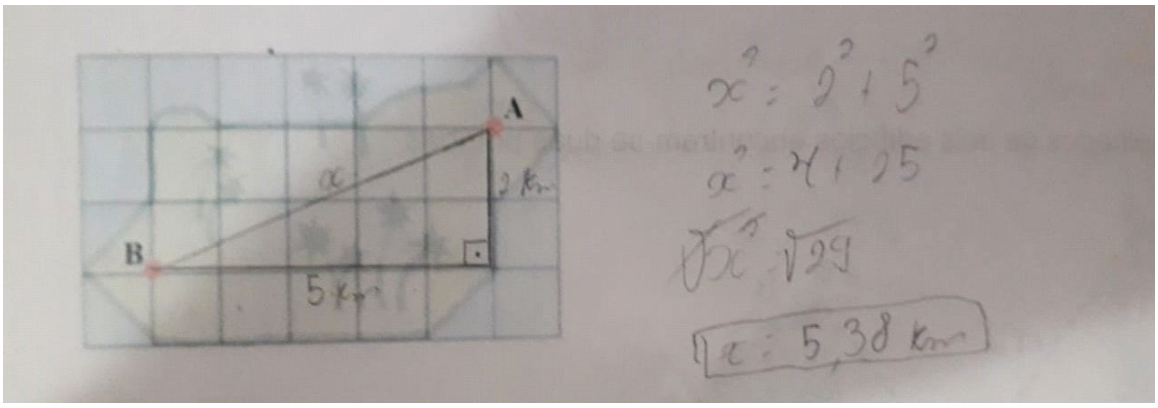


Figura 43: Resolução do Grupo 1, Problema 1

GRUPO 2

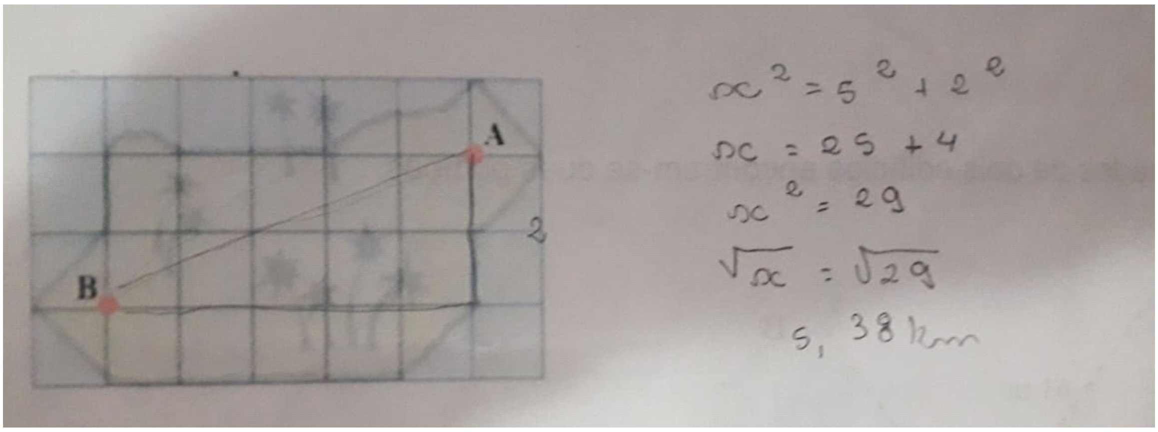


Figura 44: Resolução do Grupo 2, Problema 1

GRUPO 3

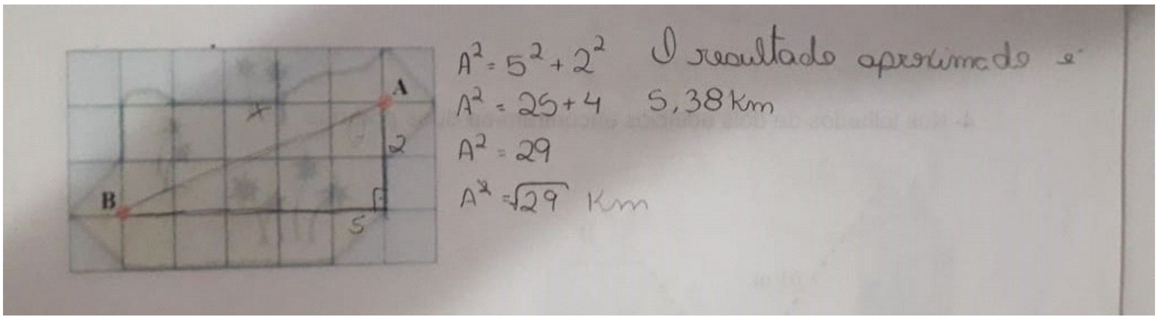


Figura 45: Resolução do Grupo 3, Problema 1

GRUPO 4

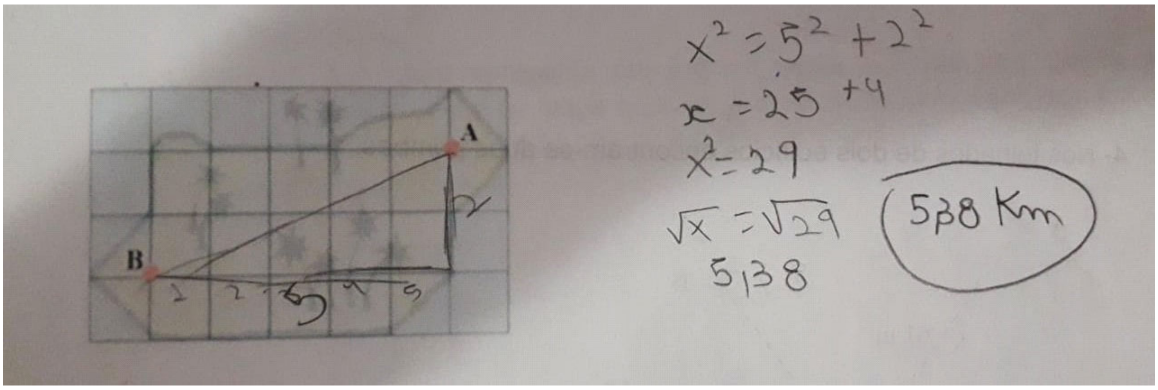


Figura 46: Resolução do Grupo 4, Problema 1

GRUPO 5

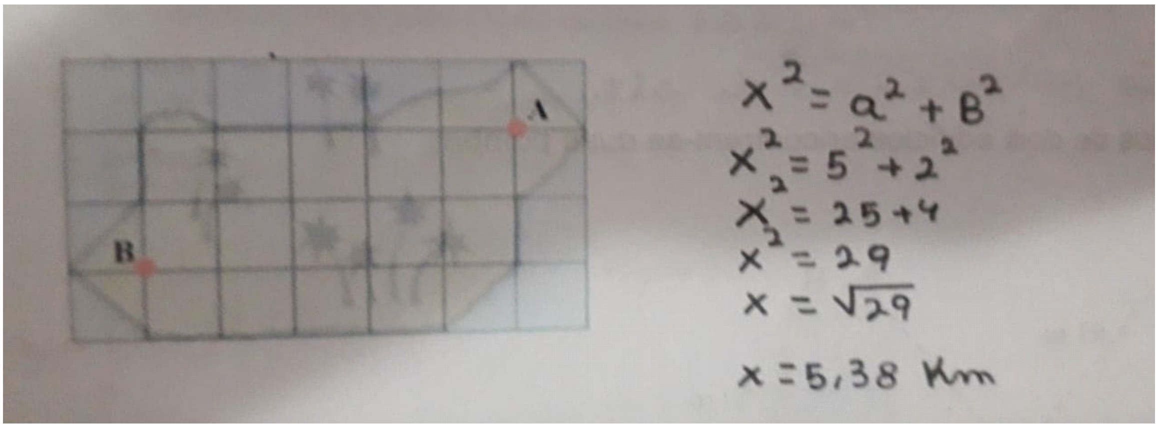


Figura 47: Resolução do Grupo 5, Problema 1

PROBLEMA 2

Na segunda questão os alunos possuíam uma imagem de um morro, onde haviam postes em suas encostas interligados entre si fazendo assim a transmissão de energia elétrica.

Os alunos deveriam analisar a imagem dada e assim formar um triângulo retângulo para poder aplicar o teorema de Pitágoras e descobrir assim quantos metros de cabo seria necessário para fazer a transmissão entre todos os postes.

Tendo em vista que as medidas já estavam na figura, bastava apenas analisar esta figura e formar o triângulo retângulo.

Uma linha de transmissão de energia elétrica, formada de dois cabos, será construída sobre um morro, como na figura. Aproximadamente, quantos metros de cabo serão necessários nesse trecho?

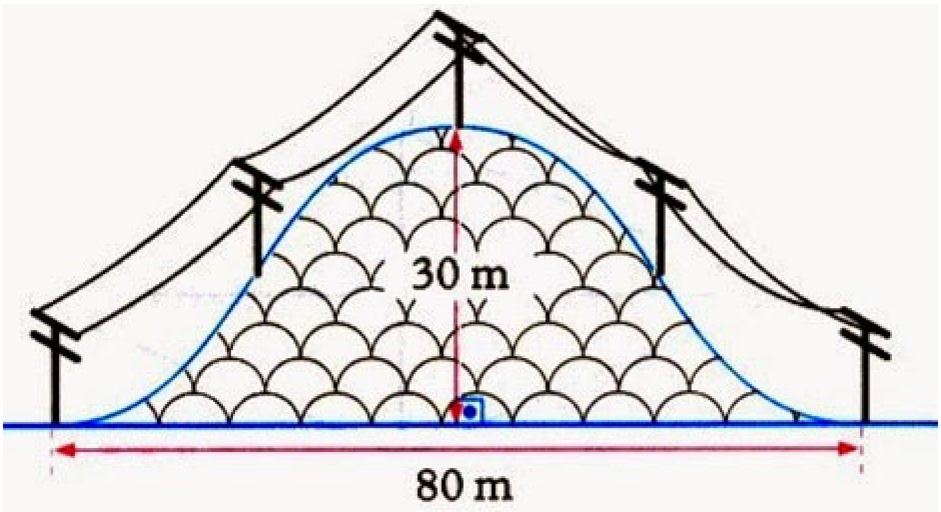


Figura 48: Linha de transmissão de energia elétrica

Fonte: https://brainly.com.br/tarefa/1157062

GRUPO 1, GRUPO 2 E GRUPO 3

Estes grupos não apresentaram qualquer dificuldade, souberam interpretar bem o problema e analisaram de forma correta a figura.

Os alunos tinham interesse e sabiam procurar o melhor caminho, discutiam entre si o problema e chegavam a um acordo de qual seria o melhor caminho a tomar.

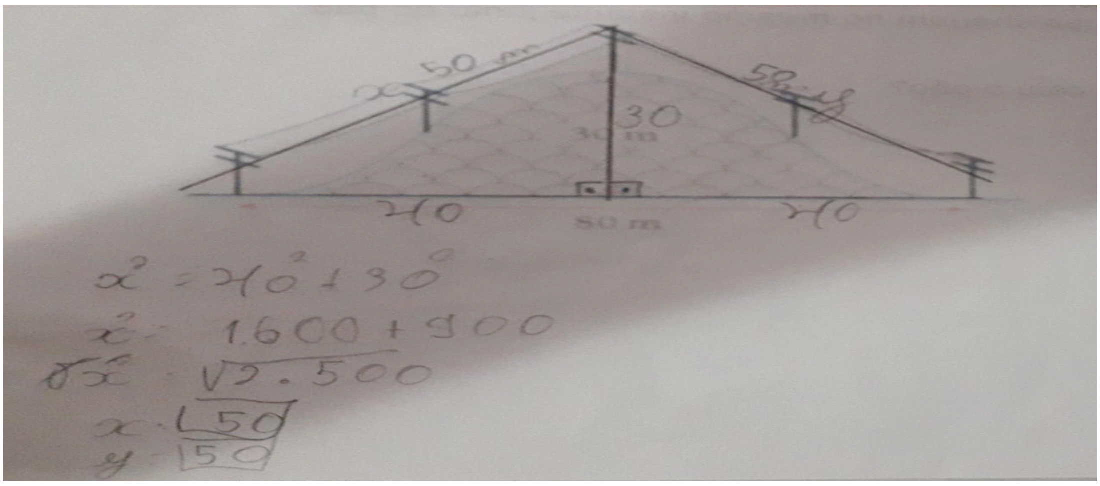


Figura 49: Resolução do Grupo 1, Problema 2

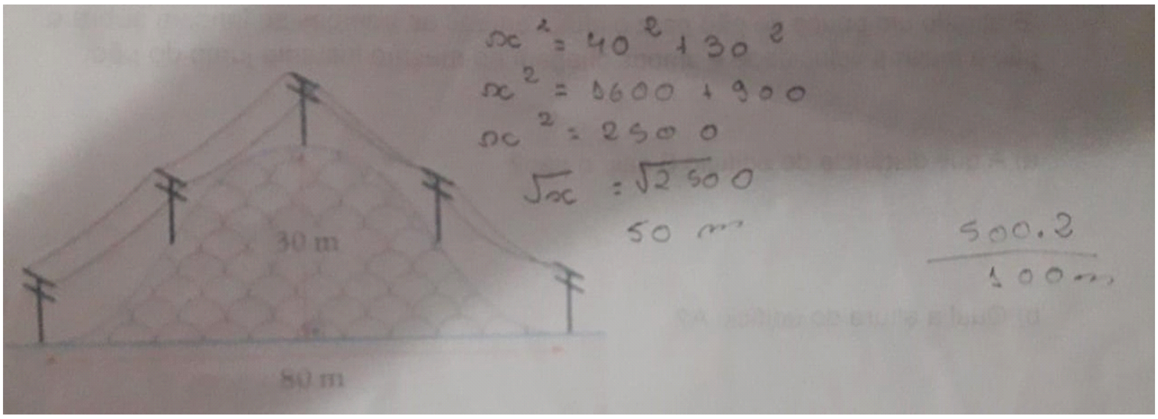


Figura 50: Resolução do Grupo 2, Problema 2

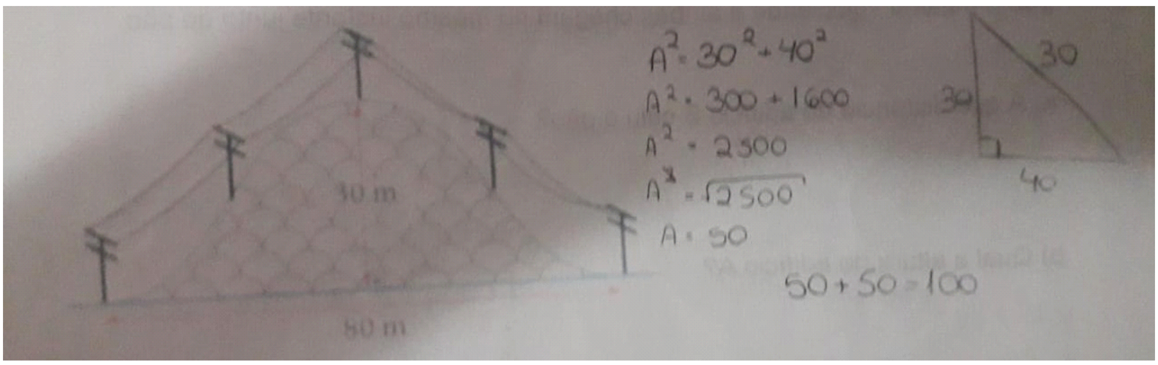


Figura 51: Resolução do Grupo 3, Problema 2

GRUPO 4 E GRUPO 5

Estes dois grupos tiveram um pouco de dificuldade, principalmente em formar o triângulo retângulo com a figura dada.

De um certo modo demoraram um pouco mais para chegar a um acordo entre si e formar o desenho correto, para assim aplicar o teorema e chegar a um resultado satisfatório.

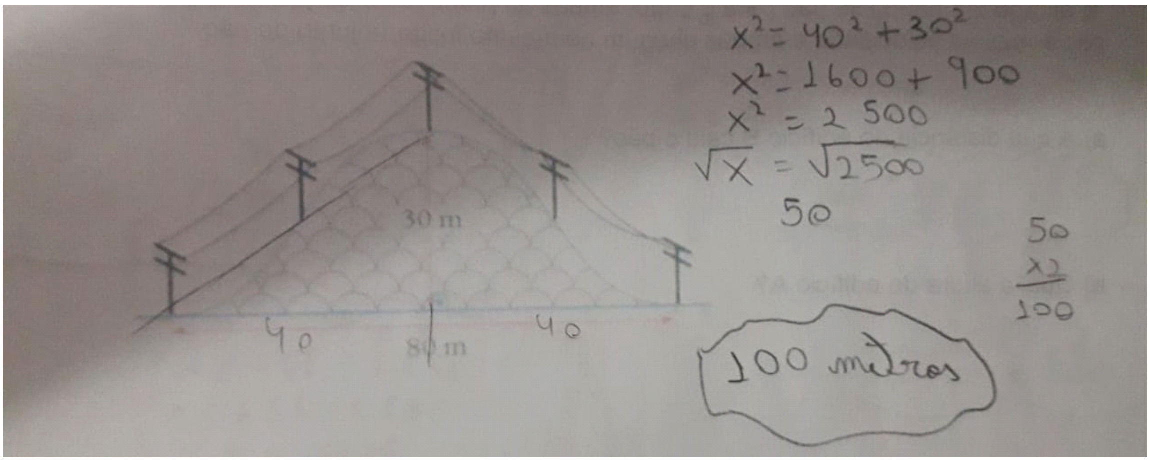


Figura 52: Resolução do Grupo 4, Problema 2

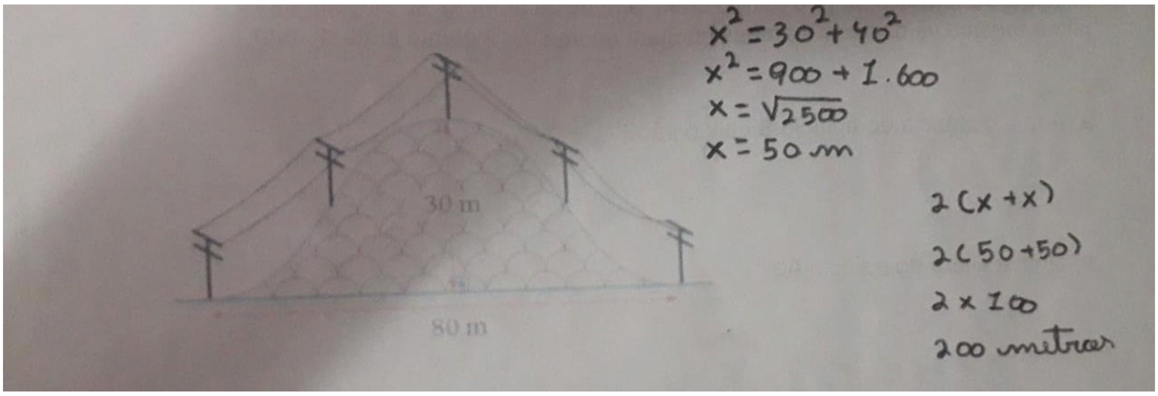


Figura 53: Resolução do Grupo 5, Problema 2

PROBLEMA 3

Esta questão necessita de interpretação e conhecimento de alguns conceitos matemáticos. Não bastava apenas pegar as medidas, saber formar o triângulo retângulo e aplicar os dados no teorema de Pitágoras.

Havia um processo a ser feito, conversão de medidas, de quilômetros para metros ou vice-versa. De um certo modo, a maioria dos grupos apresentou dificuldades, pois estavam usando os dados diretamente na fórmula sem fazer a conversão, e esta falta de atenção gerou muitas dúvidas entre os alunos.

Foi dado um desenho onde representava um balão a uma certa altitude, também havendo um prédio que tinha sua medida já apresentada. Deveria ser feito os cálculos para chegar a altura exata do balão em relação ao chão, levando em conta que a medida do prédio foi dada em metros.

Qual deve ser a altitude do balão para que sua distância ao topo do prédio seja de 10 km?

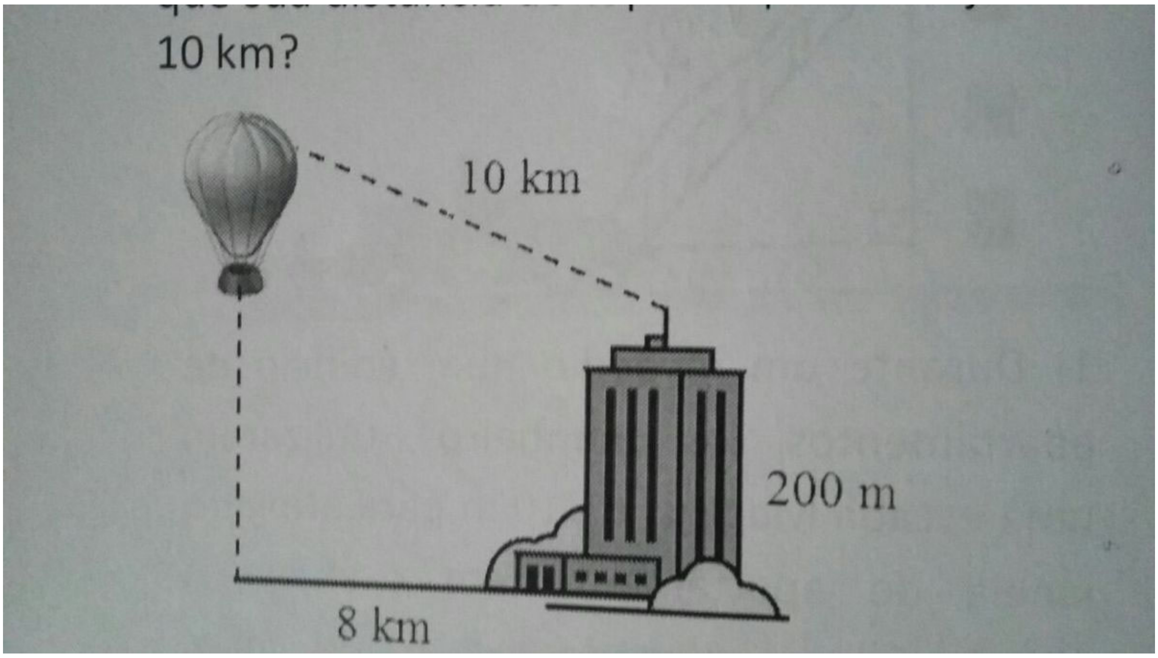


Figura 54: Altitude do Balão

Fonte: https://brainly.com.br/tarefa/6277417

GRUPO 1, GRUPO 2 E GRUPO 3

Estes grupos tinham mais facilidade com o conteúdo, conseguiam formar os desenhos para aplicar o teorema de Pitágoras.

Os alunos tinham vontade de aprender e gostavam da matéria, por isso se empenhavam bastante e por mais que havia algumas discordâncias no grupo chegavam a um acordo rápido e a um resultado rápido.

Mas como neste caso havia um detalhe a ser observado, deixaram passar em branco, e depois de alguns questionamentos chegaram à conclusão que deveria ser feito a conversão de medidas para assim chegar a um resultado correto.

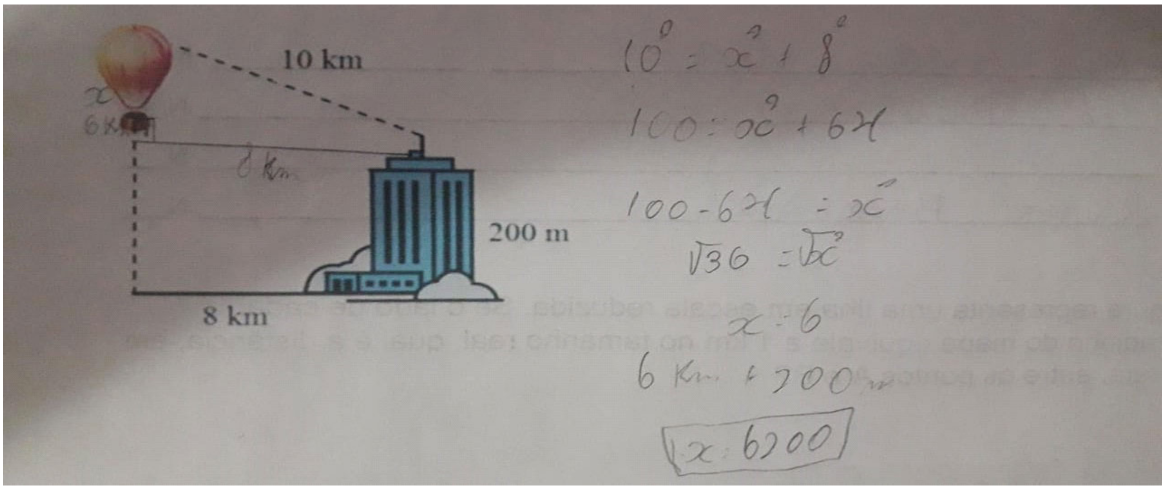


Figura 55: Resolução do Grupo 1, Problema 3

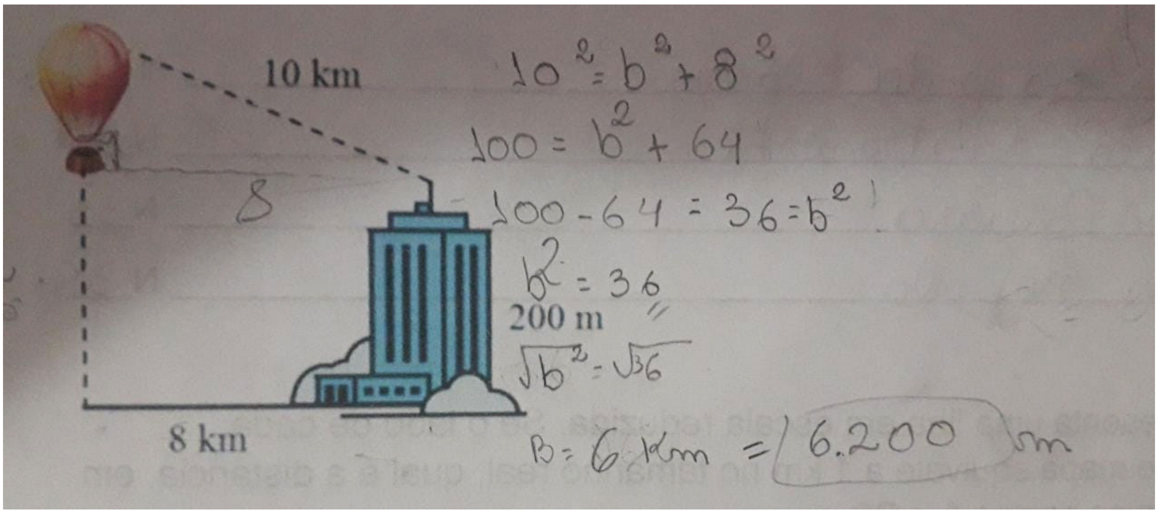


Figura 56: Resolução do Grupo 2, Problema 3

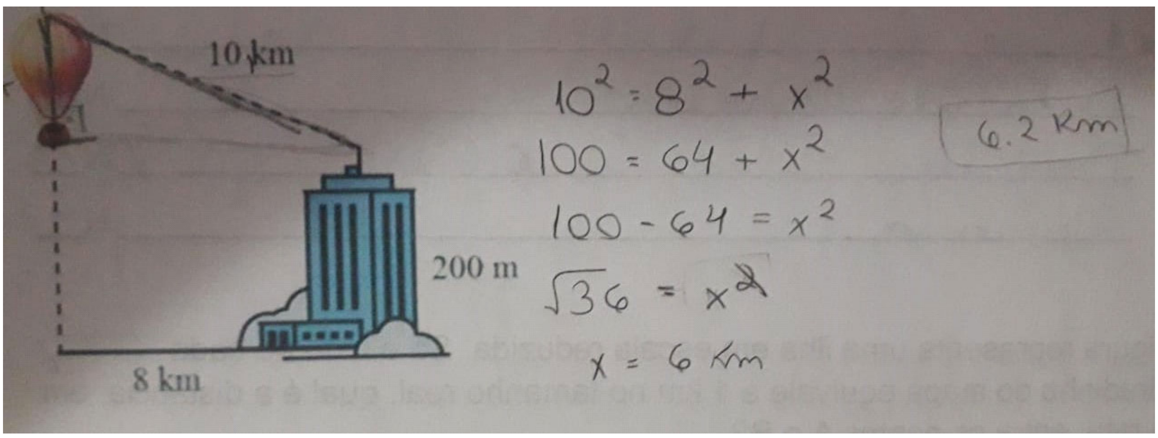


Figura 57: Resolução do Grupo 3, Problema 3

GRUPO 4 E GRUPO 5

Estes dois grupos tiveram dificuldade em observar o desenho, em formar o triângulo e também em fazer a conversão de medidas. Como o desenho não estava muito claro, conforme eles disseram, não souberam interpretar a questão e estavam seguindo um caminho que não chegaria a um resultado correto.

Tivemos algumas conversas e tentamos leva-los a pensar um pouco e assim chegarem a um acordo entre si.

Depois de muito conversarem e ouvirem também, conseguiram assim formar o triângulo e após isso aplicar o teorema de Pitágoras.

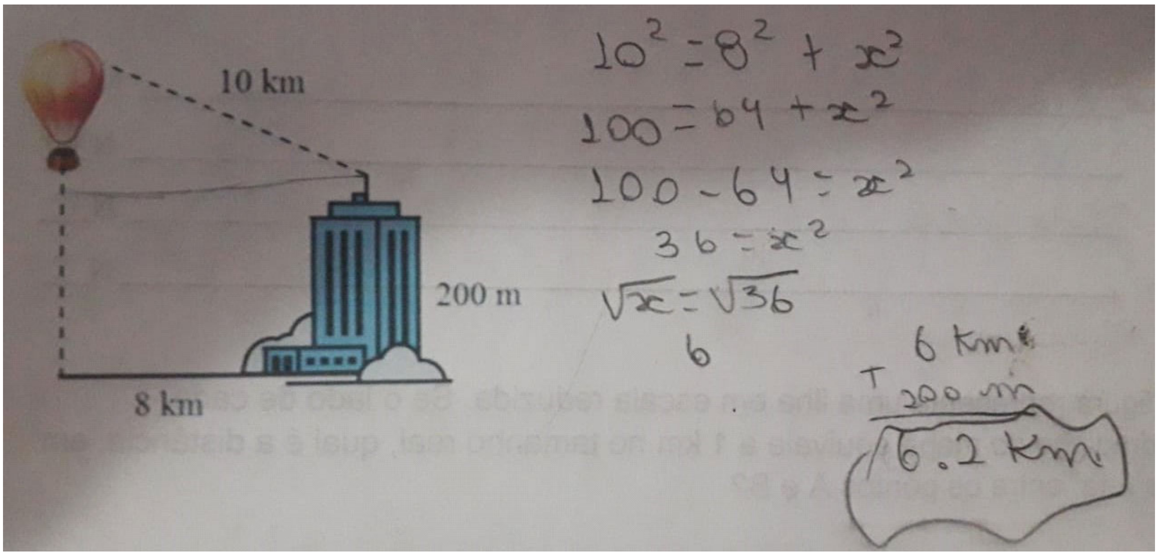


Figura 58: Resolução do Grupo 4, Problema 3

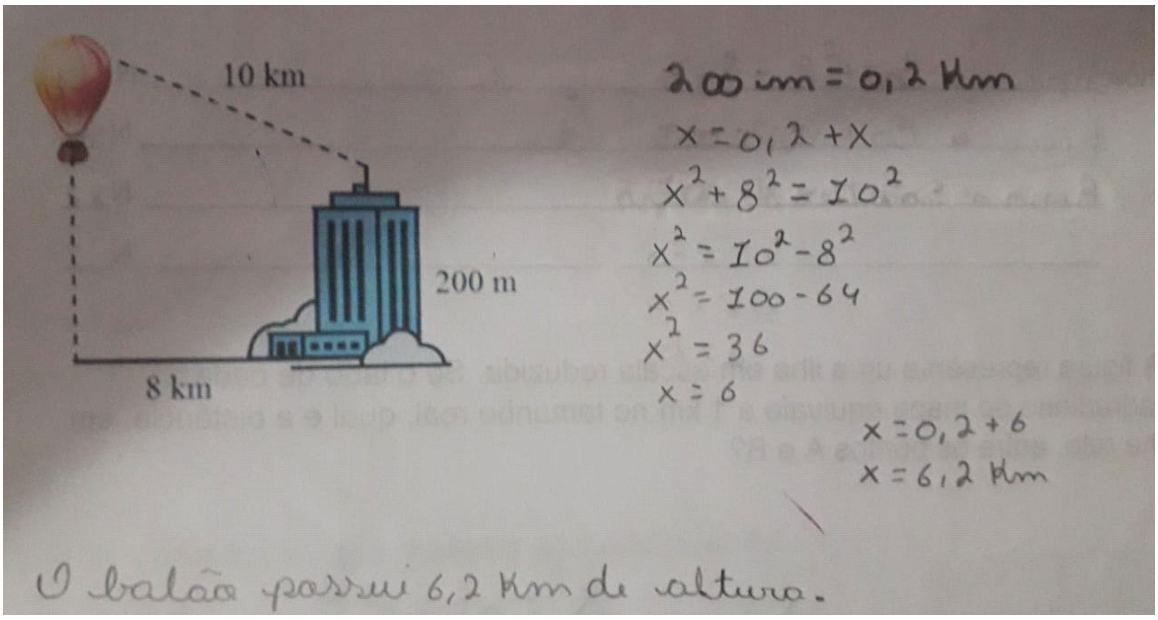


Figura 59: Resolução do Grupo 5, Problema 3

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com o desenvolvimento da atividade de resolução de problemas podemos perceber a dificuldade dos alunos, com conceitos básicos da matemática.

Durante este processo também observamos como eles perdem o foco do que estão fazendo e simplesmente não se importam, não levam a sério e demonstram interesse em aprender algo novo. Claro que temos algumas exceções, que demonstram interesse e capacidade em resolver problemas.

Deste modo ficou claro que por mais que fosse uma atividade diferente e assim não valendo nota, houve uma clara demonstração de pouco interesse em resolver os problemas.

Por fim com tudo que nos foi apresentado em sala de aula, podemos mudar um pouco a ideia de como está funcionando o contexto em sala.

O aprendizado foi de suma importância e nos incentivou a buscar por novos objetivos que ajudem os alunos, que os incentive a buscar pelo conhecimento matemático.

Que assim devemos aproximar mais o professor do aluno, o que está um pouco distante hoje.

REFERÊNCIAS

ONUCHIC, L. de la R. **Uma História da Resolução de Problemas no Brasil e no Mundo**. In: I SERP Seminário Em Resolução de Problemas. Palestra de encerramento do I SERP, UNESP, Rio Claro, 2008.

D'AMBROSIO, B. S. **A Evolução da Resolução de Problemas no Currículo Matemático**. Miami University. Ohio, EUA, 2008.

ROMANATTO, M. C. **Resolução de problemas nas aulas de Matemática**. Revista Eletrônica de Educação. São Carlos, SP: UFSCar, v. 6, no. 1, p.299-311, mai. 2012.

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: UMA ATIVIDADE COM TEOREMA DE TALES

Carlos Eduardo da Silva

INTRODUÇÃO

A disciplina de Estágio Supervisionado I tem entre os seus principais objetivos dar ao estudante de licenciatura um dos seus primeiros contatos com a sala de aula, e consequentemente com a sua futura profissão. Através dela, os alunos podem e devem observar as principais dificuldades, habilidades e tarefas de um professor da rede pública de ensino, mais especificamente no Ensino Fundamental.

Nas escolas, o estagiário tem como função analisar e observar a turma e o professor regente, observando as principais dificuldades e possíveis intervenções. Após isso, o estagiário tomará o papel de professor tendo como tarefas: elaborar as aulas, aplica-las, controlar a turma, aplicar atividades diferenciadas, avaliações e apresentar uma nota aos alunos.

Pensando na produção do conhecimento dos alunos e no desenvolvimento de atividades diferenciadas que proporcionem um melhor entendimento dos conteúdos, foi proposto aos estagiários a aplicação de uma atividade de Resolução de Problemas durante seu período de regência em sala de aula.

A Resolução de Problemas é uma metodologia de ensino de matemática que tem como objetivo principal trazer para a sala de aula um novo paradigma de ensino, em que o aluno deve trabalhar conceitos que já tenha conhecimento para a partir da sua própria criatividade e auxilio do professor, compreender novos conceitos.

Contudo, essa metodologia ainda não é muito difundida e utilizada em sala de aula, e é até mesmo por isso os alunos não estão acostumados e não conseguem muitas vezes estabelecer esse processo método-aprendizagem. Pensando nisso, aplicamos as atividades aos alunos e através das soluções desenvolvidas e das discussões em sala de aula é proposto que se faça um Relato de Experiência das atividades de Resolução de Problemas aplicadas.

Através do Relato de Experiência é possível perceber o quanto o estágio proporcionou de ajuda e compreendimento da profissão para os estagiários, e a análise das atividades nos mostra as grandes dificuldades encontradas por cada aluno em sala de aula e o que podemos pensar em fazer para mudar essa realidade.

CONTEXTO GERAL

O estágio supervisionado ocorreu em dupla com um colega do curso de licenciatura em Matemática, em uma escola pública do município de Campo Mourão – PR. A turma escolhida foi um 9° ano da manhã, que continha cerca de 30 alunos matriculados e o conteúdo programado para a regência do estágio foi Teorema de Tales e suas aplicações. Durante a observação foram reconhecidas algumas características que poderiam influenciar o desenvolvimento do estágio.

A turma, em sua maioria apresentavam problemas de comportamento, não apresentando muito respeito pelo professor regente, e também pelos estagiários que os estavam observando. Os alunos tinham pouco envolvimento com as aulas, e possuíam pouco conhecimento sobre o conteúdo que estava sendo trabalhado. Em relação as dificuldades de aprendizagem podem-se notar os mais variados problemas relacionados com a matemática básica (operações e conjuntos).

Através das observações foi analisado a lentidão do processo de ensino, já que por causa da falta de interesse e dificuldades em matemática, todas as aulas observadas foram utilizadas apenas para resolução de exercícios. Na turma havia problemas também em relação ao material escolar, já que parte considerável dos alunos não levavam o livro escolar nem materiais fundamentais para o desenvolvimento da aula, como régua, compasso e transferidor. Outro problema encontrado foi em relação às faltas, pois boa parte dos alunos não se comprometem em ir as aulas e até mesmos saem da sala de aula e não retornam.

Percebendo claramente que a maioria das dificuldades encontradas na turma podem ser relacionadas com problemas comportamentais e de falta de interesse dos alunos com a aula, um dos objetivos principais da regência na turma referida foi praticar aulas diferenciadas (atividades introdutórias, dinâmicas e Resolução de Problemas) para que os alunos começassem a ter interesse pela matemática, desenvolvessem as atividades pedidas a eles e consequentemente melhorassem a frequência e o comportamento.

A partir dessas ideologias, conseguimos controlar bem a sala de aula, sem grandes problemas comportamentais, facilitando assim que desenvolvêssemos as atividades programadas. Com relação a regência das aulas, conseguimos trabalhar o planejado com tranquilidade, tentando sempre sanar as dúvidas e as dificuldades encontradas pelos alunos, obtendo assim, resultados satisfatórios em relação as atividades aplicadas.

CONTEXTO HISTÓRICO DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

O ensino de Matemática não é feito de maneira igual por todos os professores, e não tem um método pronto e ideal que se encaixe para cada turma ou aluno que se deve trabalhar. Contudo, a algum tempo são feitas pesquisas para que se estabeleça metodologias para ensinar e aprender matemática de forma mais completa e significativa, do que as simples aulas formais.

Uma dessas metodologias é a Resolução de Problemas, que segundo Romanatto (2012), teve como seu primeiro grande incentivador, George Pólya, que em seu livro “A arte de resolver problemas”, tinha como princípio formar estudantes bons em resolver problemas, como um dos objetivos do ensino de matemática.

Para Pólya (1981), resolução de problemas deveria ser vista como uma prática, na qual se aprende e se melhora na atividade por meio da observação, orientação e prática. Desta forma, não é algo que os professores devem levar a sala de aula apenas poucas vezes no ano para mudar sua rotina, mas sim de forma contínua para gerar o interesse e a descoberta de conhecimento em seus alunos.

Após os estudos de Pólya outro grande marco na história da Resolução de Problemas é a Matemática Moderna, que surgiu na década de setenta. Segundo Allevato e Onouchic (2009), a matemática moderna “realçava muitas propriedades, tinha preocupações excessivas com abstrações matemáticas e utilizava uma linguagem universal, precisa e concisa” (p. 3), mas tinha um ensino muito complicado e dificultava o aprendizado, deste modo não teve o sucesso esperado, mostrando que era necessário um método de ensinar diferente do que se estava trabalhando até o momento.

Contudo, foi apenas a partir da década de 90 que a Resolução de Problemas como entendemos hoje foi perpetuada. Várias foram as pesquisas desenvolvidas para chegar nesse processo de ensino -aprendizagem, contudo este método é resultado principalmente nos estudos do NCTM (*National Council of Teachers of Mathematics*), publicado no Standards 2000, chamado Princípios e Padrões para a Matemática Escolar 10 (NCTM, 2000).

Segundo Romanatto (2012), os problemas são vistos como desafios na qual os estudantes devem adquirir seu próprio conhecimento através de sua resolução, e permite assim que o estudante "vença obstáculos criados por sua curiosidade, vivenciando o fazer matemática" (p. 302).

Através desse princípio, a ordem de ensino de matemática é mudada na sala de aula, já que os problemas não são vistos mais apenas para finalizar o conteúdo e medir o conhecimento do aluno sobre determinado assunto, mas também pode ser feito como introdução do conteúdo, como descoberta de conhecimento dos alunos, e como exemplo didático e discussão na sala de aula.

Resolução de Problemas: definição e prática de ensino

Alguns autores definiram em seus artigos a palavra problema, a fim de melhorar o discernimento da mesma e o desenvolvimento de sua pesquisa. Para Onuchic (1999), problema é algo que não sabemos fazer, mas que temos interesse em fazer. Já Van de Walle (2009) afirma que problema é definido como qualquer tarefa ou atividade em que os estudantes não têm um método específico ou normas memorizadas para chegar a uma solução para o problema.

Deste modo, podemos entender problema como algo que temos interesse em descobrir sua solução, mas que não temos uma regra para encontrá-la, podendo se encontrar na sala de aula, por exemplo, diferentes soluções para cada um dos problemas propostos.

A resolução de problemas, portanto, nos mostra que para encontrar a solução de determinado problema, o estudante deve trabalhar conceitos aprendidos anteriormente de forma criativa e inteligente, e não apenas repetindo processos já feitos em sala de aula.

Além disso, segundo Romanatto (2012):

> Na resolução de problemas, os estudantes vão exercitar as suas mais diversas capacidades intelectuais como também mobilizar estratégias das mais diversas naturezas para encontrar a resposta, tais como: criatividade, intuição, imaginação, iniciativa, autonomia, liberdade, estabelecimento de conexões, experimentação, tentativa e erro, utilização de problemas conhecidos, interpretação dos resultados, etc. Enfim, é o que a Matemática pode fazer pelo estudante e não o contrário (p. 303).

Contudo, esse processo de preparação das atividades e de um ambiente propicio para o desenvolvimento da Resolução de Problemas é algo que requer um certo trabalho, além do tempo de preparo do professor em questão.

OBJETIVOS E PAPEL DO PROFESSOR

Os objetivos de se aplicar a resolução de problemas na sala de aula são muitos, e depende de cada professor entender a melhor forma de aplica-la na sala de aula tendo como foco alguns desses objetivos.

Segundo os PCN (Brasil, 1998), a resolução de problemas ajuda os alunos a colocar em prática seus conhecimentos e gerenciar melhor as informações aprendidas na sala de aula que ele possa utilizar na tarefa.

Além disso, a própria resolução de problemas pode ajudar no entendimento de futuros conhecimentos, pois os alunos já estarão mais familiarizados com a prática de utilizar matemática, entendendo assim, muito mais fácil suas aplicações.

Contudo, devemos levar em consideração que para tudo isso ocorrer, o professor tem um dos papéis mais importantes, pois é ele que deve conduzir a aplicação da resolução de problemas, validando o passo a passo do processo e tirando para si, informações dos alunos que lhe possa ajudar no futuro.

Para Romanatto (2012), “o professor deve acompanhar e orientar a busca de soluções, coordenar discussões entre soluções diferentes, valorizar caminhos distintos que chegaram a mesma solução, validando-os ou mostrando situações em que o raciocínio utilizado pode não funcionar” (p. 303).

Além disso, devemos lembrar que nem todos os alunos de uma sala de aula tem o mesmo nível de aprendizagem, tendo que ser feito para estes, diferentes formas e soluções para que todos consigam interagir.

Para completar, Onuchic (2004), descreveu uma lista de passos importantes para que a resolução de problemas possa ser implementada na sala de aula. Primeiro devemos formar grupos de alunos, pois quando trabalham juntos, os estudantes em média têm mais produtividade que individualmente, além de que, eles devem ter desde cedo o entendimento de colaboração.

Outro ponto importante, é o do professor, que deve trabalhar incentivando seus alunos e observando tudo que acontece, além de anotar a solução de cada aluno, para que possa fazer daquela atividade, a melhor possível.

O próximo passo é a plenária, na qual os alunos devem apresentar os resultados discutidos nos grupos e defender suas opiniões diante das respostas dos outros grupos. Após isso, o professor deve analisar os resultados encontrados pelos alunos, mostrando aonde estão os erros e acertos.

Com isso, é possível chegar a um consenso, não destacando apenas a resposta correta, mas todos os meios possíveis para se chegar a solução. Por fim, o professor deve fazer a formalização da atividade, levando em consideração o objetivo da atividade, e o que os alunos deveriam desenvolver com ela.

A partir disso, já é possível apresentar o conteúdo formal que estava planejado, a partir das definições, proposições, demonstrações e exemplos necessários para o ensino.

ANÁLISE DAS ATIVIDADES

Com intuito de aplicar uma tarefa de Resolução de Problemas, resolvemos desenvolver uma atividade relacionada ao uso do Teorema de Tales, com o objetivo de introduzir o conteúdo que seria tratado posteriormente em sala de aula com aulas expositivas, aplicação de exercícios e problemas.

Essa atividade contém algumas questões elaboradas pelo autor, além de um exercício elaborado para a prova (SABESP-SP) e que está presente no livro didático dos alunos em Andrini (2015).

Para uma maior participação e desenvolvimento da atividade dividimos os alunos em 6 grupos de 2 a 4 pessoas, nas quais denotaremos como grupos A, B, C, D, E e F.

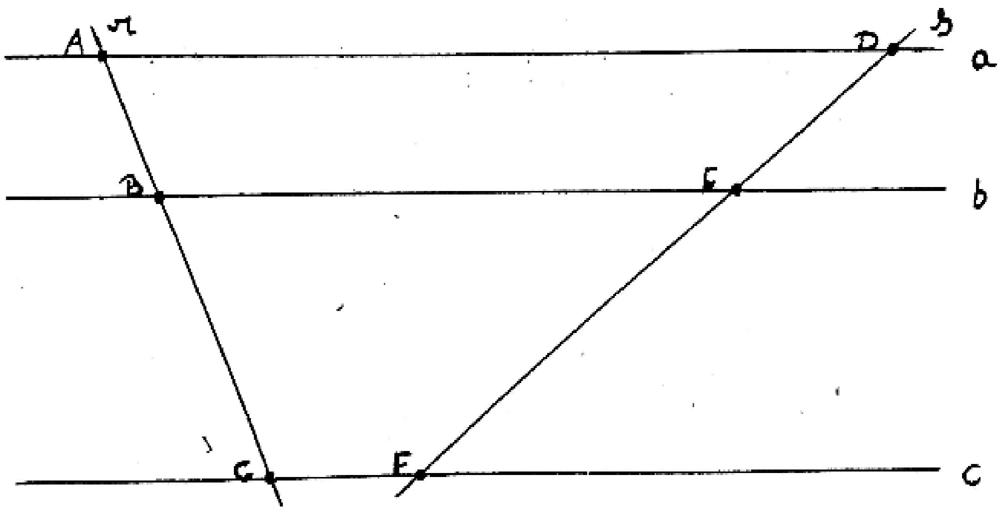
A tarefa denominada Teorema de Tales é composta por uma questão que apresenta uma figura e suas características, três perguntas relacionadas a figura e uma aplicação ao Teorema de Tales, na qual os alunos responderiam baseados na solução das questões anteriores.

A seguir apresentamos a questão proposta na atividade e a análise da primeira pergunta feita relacionada a figura do exercício (Figura 1).

Na seguinte figura temos um feixe de retas paralelas - retas a, b e c que possuem mesma inclinação. Além disso, temos as retas transversais r e s que cruzam o feixe. Os pontos A, B, C, D, E e F formam os segmentos de reta $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{DE}$ e $\overline{EF}$.

Meça o tamanho dos segmentos com uma régua e responda as questões propostas.

FIGURA A



a) É possível determinar razões entre as medidas dos segmentos da figura A? Se for possível, quais seriam?

Figura 60: Tarefa Teorema de Tales, questão a

Na questão a) os alunos deveriam formar um número considerável de razões entre os segmentos propostos no enunciado. Como são quatro segmentos, seria possível formar até 12 razões diferentes entre eles, contudo 4 dessas razões (ou seus inversos) são fundamentais, pois serão usadas para formar proporções no item b: AB/BC, BC/EF, DE/EF e AB/DE.

ESCOLHAS PROGRAMADAS

Os grupos A, B e C apresentaram as quatro razões esperadas: AB/BC, BC/EF, DE/EF e AB/DE. Entretanto, é observado que a escolha dessas razões foi influenciada pela questão b), na qual se pede o comparativo entre razões proporcionais, e das seis razões apenas essas quatro serão utilizadas.

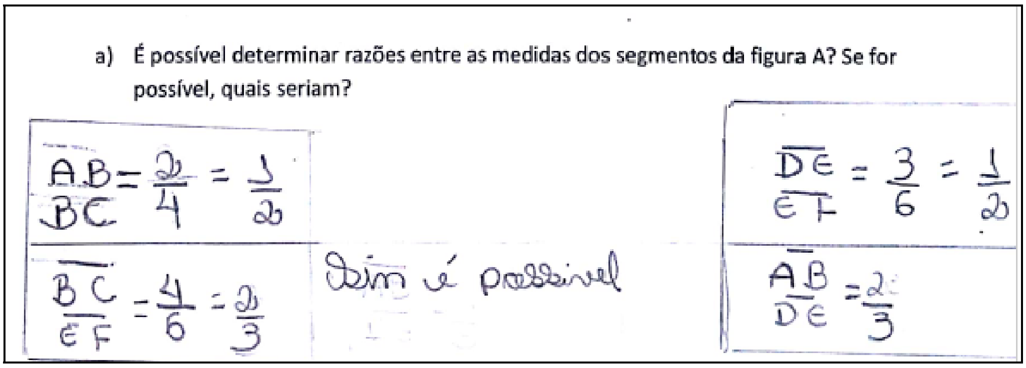


Figura 61: Solução do grupo A, questão a

SOLUÇÕES POSSÍVEIS

O grupo D apresentou também quatro razões, sendo elas: AB/BC, DE/EF, FE/AB e BC/DE. Já o grupo E apresentou três delas: DF/AC, AB/BC e DE/EF. Notamos nesses grupos a preocupação de resolver apenas a questão em si traçando alguns segmentos aleatoriamente, sem que precisem ser usadas em alguma outra questão. Porém mesmo assim, apresentaram razões proporcionais, o que permite continuarem a Resolução de Problemas.

É notável em todos os grupos já citados o bom uso dos operadores de fração, equivalência e de segmento. Em contraste a estes grupos destacamos o grupo F, na qual aparentemente fizeram duas razões entre segmentos: AB/BC e DE/EF, contudo não colocam os segmentos em frações e nem os denotam da maneira correta.

a) É possível determinar razões entre as medidas dos segmentos da figura A? Se for possível, quais seriam?

Ab 2cm $\div 2$ $= \frac{1}{2}$ | DE = 3cm $\div 3$ $= \frac{1}{2}$
bC = 4cm | 6cm $\div 3$

Figura 62: Solução do grupo F, questão a

Na questão b) os alunos deveriam formar proporções entre as razões encontradas no exercício anterior.

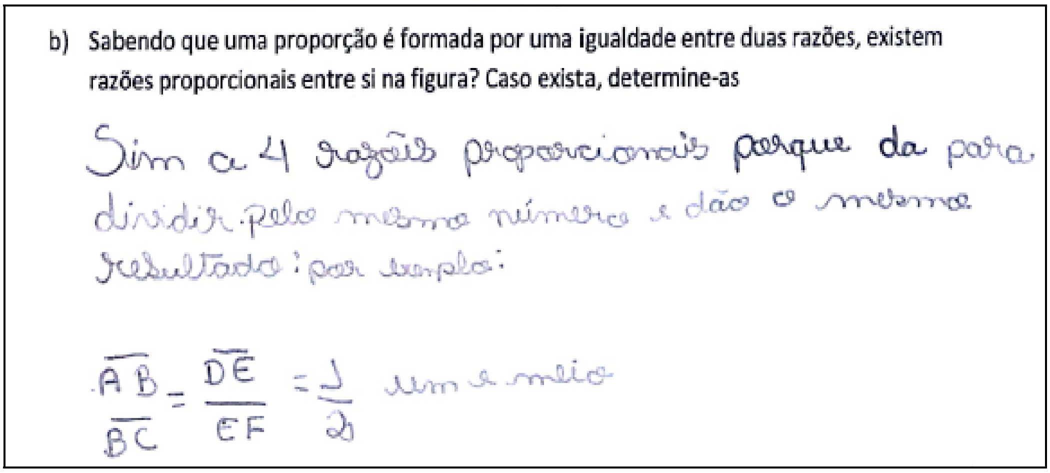
b) Sabendo que uma proporção é formada por uma igualdade entre duas razões, existem razões proporcionais entre si na figura? Caso exista, determine-as

Figura 63: Tarefa Teorema de Tales, questão b

A partir da questão, esperava-se dos alunos encontrarem duas proporções: $\frac{AB}{BC} = \frac{DE}{EF}$ e $\frac{BC}{EF} = \frac{AB}{DE}$. Essas proporções poderiam ser identificadas também pelos seus inversos.

CASO EXPLICATIVO

O grupo A apresentou a proporção $\frac{AB}{BC} = \frac{DE}{EF}$, e ainda descreveu o que significa uma proporção para eles, na qual seria “razões que dividem o mesmo número e dão o mesmo resultado”. A solução do problema mostra uma compreensão do conteúdo trabalhado e a explicação está bem próxima do entendimento correto de proporções, contudo demonstra a dificuldade de escrever bem e de forma compreensível dos alunos das escolas públicas e também se confunde ao nomear a fração $\frac{1}{2}$ como um e meio, evidenciando a dificuldade do aprendizado.



b) Sabendo que uma proporção é formada por uma igualdade entre duas razões, existem razões proporcionais entre si na figura? Caso exista, determine-as

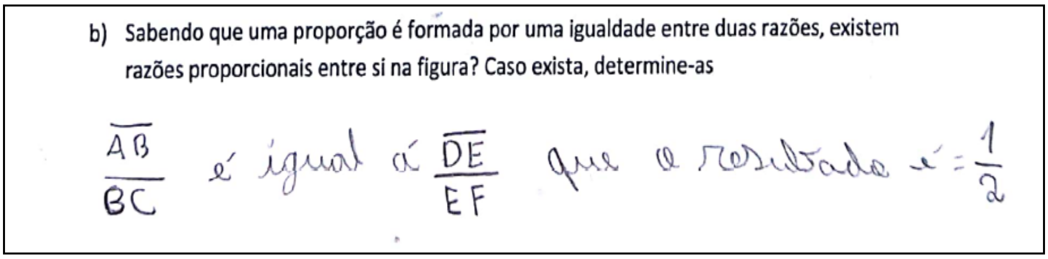
Sim a 4 razões proporcionais porque da para dividir pelo mesmo número e dão o mesmo resultado: por exemplo:

$\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{DE}}{\overline{EF}} = \frac{1}{2}$ um e meio

Figura 64: Solução do grupo A, questão b

ERROS SISTEMÁTICOS

Já os grupos B, C e E apresentaram a mesma proporção, contudo não souberam utilizar os símbolos de proporção e para fazer essa representação utilizaram a linguagem escrita. Essa resposta expõe uma certa falta de conhecimento e aprendizado do grupo em relação ao conteúdo em questão.



b) Sabendo que uma proporção é formada por uma igualdade entre duas razões, existem razões proporcionais entre si na figura? Caso exista, determine-as

$\frac{\overline{AB}}{BC}$ é igual á $\frac{\overline{DE}}{EF}$ que o resultado é $= \frac{1}{2}$

Figura 65: Solução do grupo B, questão b

O grupo D também apresentou a mesma proporção e tentou representa-la simbolicamente, contudo ao invés de utilizar o símbolo de igual, usaram uma barra, mostrando novamente a dificuldade de aprendizagem dos alunos.

Já o grupo F não respondeu à questão.

Na questão c pretendíamos questionar os alunos se a ocorrência de razões proporcionais sempre aconteceria quando tivéssemos um feixe de retas paralelas e retas transversais ao feixe.

c) Você acha que os resultados encontrados sempre acontecerão para outros casos quando tivermos um feixe de retas paralelas e retas transversais ao feixe? Explique seu argumento.

Figura 66: Tarefa Teorema de Tales, questão c

Nesse sentido, o objetivo era que os alunos pensassem a respeito das proporções feitas, e se necessário traçassem mais retas transversais na figura dada para observar novas proporções. A partir disso, descrever essa ocorrência de proporções e explicar o ocorrido pensando nas distâncias iguais entre as retas paralelas.

NOVAS ESTRATÉGIAS E ERROS COMUNS

Os grupos B, C e D utilizaram da estratégia de traçar uma nova reta no desenho e medir as distâncias dos novos segmentos. Essa estratégia é interessante, pois a partir disso se perceberá claramente o aparecimento de novas proporções.

Contudo o resultado não foi tão interessante já que apenas o grupo B fez as medições certas dos segmentos e mesmo assim entenderam que não aconteciam novas proporções, pois segundo eles "elas vão continuar uma igualdade, porque ambas dão o mesmo valor".

c) Você acha que os resultados encontrados sempre acontecerão para outros casos quando tivermos um feixe de retas paralelas e retas transversais ao feixe? Explique seu argumento.

Não, elas vão continuar uma igualdade, porque ambas dão o mesmo valor

Figura 67: Solução do grupo D, questão c

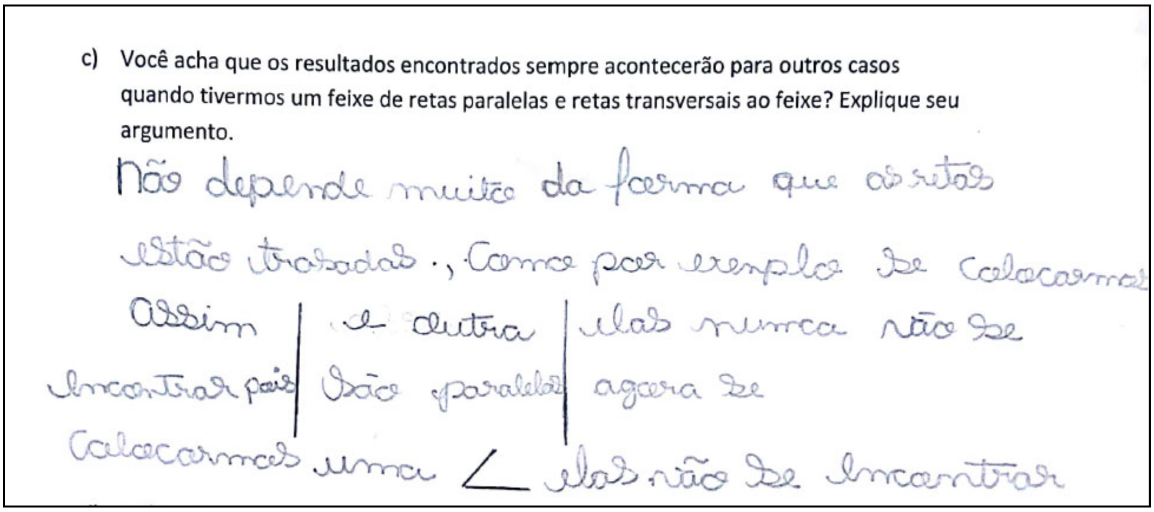
O grupo C respondeu "Sim, dependendo do centímetro é possível". O centímetro relatado pelo grupo pode estar relacionado com as medidas erradas calculadas dos segmentos, que não correspondem a novas proporções.

Já o grupo D, que também mediu os segmentos errados, e o grupo F não responderam à questão.

A questão relacionada ao erro no uso de réguas é mais uma das características negativas percebidas durante a atividade, pois o uso de material escolar, principalmente os objetos matemáticos, são fundamentais para o desenvolvimento do estudante.

SOLUÇÕES SUPERFICIAIS

O grupo A respondeu “Não” a questão c, contudo sua explicação nos faz pensar que o grupo entendeu que a questão perguntava se sempre existiriam retas paralelas em uma figura, pois sua explicação é relacionada ao seu entendimento do que é uma reta paralela.


c) Você acha que os resultados encontrados sempre acontecerão para outros casos quando tivermos um feixe de retas paralelas e retas transversais ao feixe? Explique seu argumento.

Não depende muito da forma que as retas estão traçadas ., Como por exemplo se Colocarmos Assim | e outra | elas nunca não se Incontrar pois São paralelas agora se Colocarmos uma ∠ elas não se Incontrar

Figura 68: Solução do grupo A, questão c

Por fim, o grupo E respondeu que é possível acontecer novas proporções, contudo sua explicação é confusa e relaciona algumas características do Teorema de Tales como existência de retas paralelas e de feixes, o que é bem interessante, mas também conceitos que não foram bem compreendidos como “linhas de mesmo tamanho”.

c) Você acha que os resultados encontrados sempre acontecerão para outros casos quando tivermos um feixe de retas paralelas e retas transversais ao feixe? Explique seu argumento.

E' Possível de obter linhas de mesmo tamanho; se der para dividir pelo mesmo numero, se tiver outros retas transversais no mesmo feixe
Depende também do feixe

Figura 69: Solução do grupo E, questão c

Para finalizar, na questão D escolhemos um exercício básico sobre Teorema de Tales, na qual pretendíamos que os alunos, utilizando os conceitos e características analisadas durante a atividade, respondessem ao exercício.

d) Utilizando os conhecimentos adquiridos, resolva:

(SARESP–SP) No desenho abaixo estão representados os terrenos I, II e III.

Quantos metros de comprimento deverá ter o muro que o proprietário do terreno II construirá para fechar o lado que faz frente com a Rua das Rosas?

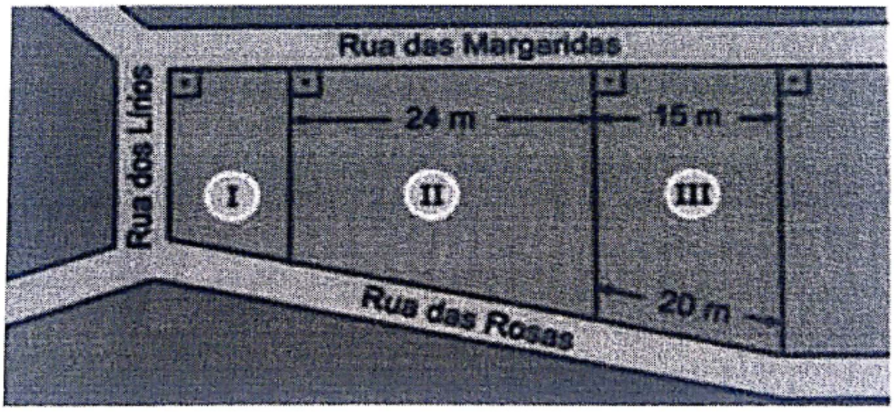


Figura 70: Tarefa Teorema de Tales, questão d

Deste modo, os grupos deveriam formar as razões proporcionais, como já feito nas questões anteriores e aplicar intuitivamente o Teorema de Tales para encontrar o tamanho do muro, que resultaria em 32 metros.

DOMÍNIO DA APLICAÇÃO

Os grupos B, C e E apresentaram a solução correta e chegaram a solução.

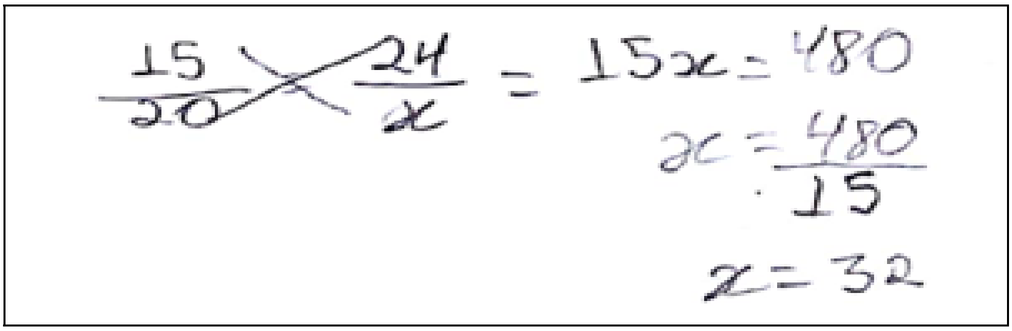


Figura 71: Solução do grupo D, questão d

ERROS ESCOLARES

Já o grupo A apresentou uma solução errada, contudo bem interessante, pois representam uma das principais dificuldades dos alunos quando trabalham com Teorema de Tales. O grupo entendeu que a inclinação da rua não interferiria no tamanho do muro, e que seria do mesmo tamanho do muro do lado oposto.

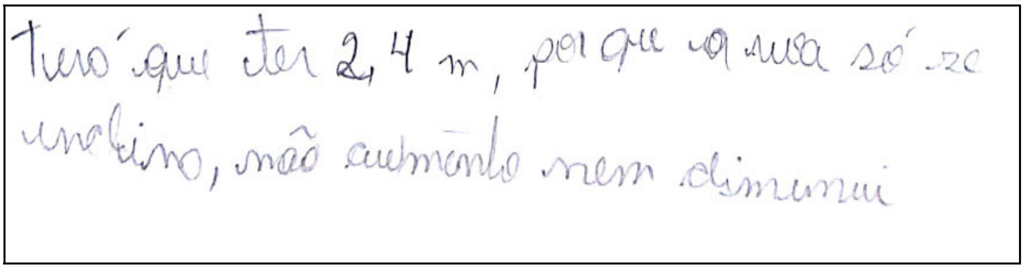


Figura 72: Solução do grupo A, questão d

O grupo F apenas apresentou a resposta de 32 metros, não deduzindo como chegou a esta conclusão, nos levando a pensar que copiaram dos demais colegas de sala. E o grupo D não respondeu à questão.

CONCLUSÃO

Através das observações em sala de aula e das primeiras aulas aplicadas foi possível observar a grande dificuldade dos alunos a respeito de conteúdos fundamentais para o desenvolvimento da disciplina de matemática, tais como operações básicas, conjuntos numéricos, símbolos matemáticos e conceitos básicos.

A partir das análises das soluções pudemos perceber mais claramente esses erros, pois em muitas oportunidades, os alunos não conseguiam desenvolver as atividades da melhor forma possível pois não tinha um conhecimento mínimo de conteúdos que já lhes foram vistos. Contudo, podemos perceber também que os alunos não estavam acostumados a esse tipo de tarefa e em certas oportunidades não demonstraram muito interesse, o que ocasionou a falta de sucesso de alguns grupos com a atividade.

Porém, mesmo com os problemas, consideramos que a atividade foi muito interessante para os alunos, pois na maior parte dos grupos houve o desenvolvimento, análise, discussão e conclusão das atividades de uma forma que demonstra interesse pelo que estava sendo trabalhado.

Para melhorar esse desempenho e fazer com que os alunos cada vez mais se interessem pela matemática, uma solução interessante é praticar mais frequentemente atividades diferenciadas como a Resolução de Problemas, pois nessas atividades aprendemos quando estamos praticando.

E para finalizar, posso dizer que a regência do Estágio foi fundamental para minha futura profissão de professor, pois fui capaz de perceber que realmente estou na profissão que quero exercer, e compreendi as principais dificuldades e problemas enfrentarei caso tenha que trabalhar na rede pública de ensino.

REFERÊNCIAS

ALLEVATO, N. S. G.s; ONUCHIC, L. R. **Ensinando Matemática na Sala de Aula Através da Resolução de Problemas.** Boletim GEPEM, Rio de Janeiro, RJ, n.55, p.133-154. 2009.

ANDRINI, A.; VASCONCELLOS, M. J. **Praticando Matemática 9º ano**. São Paulo: Editora do Brasil, 2015.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental**. Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemática – Ensino Médio. Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC / SEF, 1998.

NCTM. **Principles and Standards for School Mathematics.** Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, 2000.

ONUCHIC, L. de la R. Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa em educação matemática.** São Paulo: Editora UNESP, 1999.

ONUCHIC, L. de la R.; ALLEVATO, N. S. G. Novas reflexões sobre o ensinoaprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. (Orgs.). **Educação Matemática:** pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, 2004.

PÓLYA, G. (1981). **Mathematical discovery:** On understanding, learning, and teaching problem solving (Combined ed). New York: Wiley.

ROMANATTO, M. C. **Resolução de Problemas nas Aulas de Matemática.** Revista Eletrônica de Educação, v. 6, nº1, p. 299-311. São Carlos: UFSCar, 2012.

VAN DE WALLE, J. A**. Matemática no ensino fundamental:** formação de professores e aplicação em sala de aula. Porto Alegre: Artmed, 2009.

ANÁLISE DA RESOLUÇÃO DE UM PROBLEMA DE UMA TURMA DOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Eduardo Mateus Guimarães Rossi

INTRODUÇÃO

Dentre as várias metodologias de trabalho no ensino de Matemática, abordarei neste relato a Resolução de Problemas. A Resolução de Problemas é uma metodologia de ensino que permite desenvolver várias habilidades no aluno, estimulando a organizar suas ideias e pensamentos, refletir, criar hipóteses e estratégias para resolver o problema. Além disso, possibilita desmistificar algumas concepções equivocadas que os alunos carregam acerca da Matemática.

Nesse sentido, foi elaborado e aplicado um problema, em uma turma de 6º ano do Ensino Fundamental de um colégio público da rede estadual de ensino do município de Campo Mourão, envolvendo conteúdos de frações que estavam sendo trabalhados em aulas anteriores a aplicação do problema.

O problema aplicado objetivou a análise das várias maneiras possíveis, utilizadas pelos alunos, para resolver um mesmo problema. A partir dos resultados apresentados pelos alunos foi feito uma análise de suas resoluções, considerando suas ideias, estratégias e formas de buscar soluções para responder o problema.

Por fim, também apresento o contexto de aplicação do problema, bem como as características da turma e alunos sujeitos desse relato, o professor regente da turma e o desenvolvimento dos alunos no decorrer da aplicação do problema. Em seguida os resultados e analises dos mesmos e por último, as considerações finais.

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

O século XX passou por várias mudanças no contexto social, no qual a sociedade deixou de ser estritamente agrária passando a ser industrial. Com esse novo modelo de sociedade que se instaurava, a Matemática por sua vez passa por mudanças e também passa a ocupar um papel muito importante na sociedade, contribuindo diretamente no desenvolvimento da economia do país. Em consequência disso houveram muitas mudanças no campo da Educação matemática mundial (ONUCHIC, 2008).

A partir desse contexto começa então a pensar em Resolução de Problemas, conforme Onuchic (2008):

> Ao passar por essas mudanças sociais que levaram, necessariamente, a mudanças no ensino de Matemática, quando começou-se a exigir "compreensão" dos alunos, começou-se, então, a falar em Resolução de Problemas (p. 3).

A Resolução de Problemas foi evoluindo em seus aspectos estruturais ao longo da história. Vale destacar que o movimento conhecido como Matemática Moderna ocorrido entre as décadas de sessenta e setenta influenciou no ensino de Matemática no Brasil e em outros países do mundo. Nessa época o ensino de Matemática apresentava um caráter mais técnico, ligado as habilidades, algoritmos e formalizações matemáticas, preocupavam-se em resultados e escorre de testes padronizados.

No final dos anos setenta a Resolução de Problemas ganhou um novo olhar no mundo inteiro, passando a tratar de aspectos voltados a prática da sala de aula. Dessa maneira passou-se a investir em recursos voltados para Resolução de Problemas. Acerca disso Onuchic (2008) relata:

> [...] muitos recursos em Resolução de Problemas foram desenvolvidos, visando ao trabalho de sala de aula, na forma de coleções de problemas, listas de estratégias, sugestões de atividades e orientações para avaliar o desempenho em resolução de problemas. Muito desse material passou a ajudar os professores a fazer da resolução de problemas o ponto central de seu trabalho (p. 6).

Porém, somente nos anos noventa começam as discussões e estudos acerca da Resolução de Problemas vista como uma metodologia de ensino a ser trabalhada em sala de aula afim de abordar/ explorar conceitos e conteúdos matemáticos. Assim, "a Resolução de Problemas é destacada como um dos padrões de processo para o ensino de Matemática, e o ensino através da resolução de problemas é fortemente recomendado (NCTM, 2000)" (ONUCHIC, 2008, p. 7).

Na resolução de problemas, tanto professor quanto alunos estão envolvidos nesse processo que requer o troca de experiências e o envolvimento de ambas as partes, desse modo professor e alunos estão em aprendizagem.

Segundo Onuchic (2008):

> [...] um problema é ponto de partida e orientação para a aprendizagem, e a construção do conhecimento far-se-á através de sua resolução. Professor e alunos, juntos, desenvolvem esse trabalho e a aprendizagem se realiza de modo colaborativo em sala de aula (p. 8).

"Um problema é qualquer tarefa ou atividade para a qual os estudantes não têm métodos ou regras prescritas ou memorizadas, nem a percepção de que haja um método específico para chegar à solução correta" (WALLE 2001, *apud* ALVES; DAMACENO; SANTOS, 2011, p. 4). Nessa concepção fica evidente que técnicas e regras não é o foco da resolução de problemas e que não existe um único caminho para chegar à solução, devendo assim valorizar as diferentes ideias traçadas pelos alunos.

O trabalho com Resolução de Problemas favorece uma melhor compreensão de conceitos matemáticos, pois a metodologia desse trabalho coloca o próprio aluno como agente construtor de seu conhecimento. Dessa maneira Romanatto (2012) pontua:

> A resolução de problemas, como metodologia de ensino da Matemática, pode fazer com que os conceitos e princípios matemáticos fiquem mais compreensivos para os estudantes uma vez que eles serão elaborados, adquiridos, investigados de maneira ativa e significativa (p. 5).

Como sabemos todos os indivíduos lidam com problemas diariamente em seu cotidiano, assim exige-se uma solução a ser tomada para resolver tal problema. Na Resolução de Problemas o aluno também é desafiado a um tipo de situação que requer do mesmo o levantamento de estratégias e buscas de alternativas que possibilitem resolve-lo, dessa maneira a resolução de problemas propicia o desenvolvimento intelectual do aluno, não restringindo apenas ao ambiente escolar, mas também influenciando diretamente na sua atuação como sujeito no mundo além dos muros da escola (ALVES; DAMACENO; SANTOS, 2011).

O mundo fora da sala de aula exige tomada de decisões, escolhas constantemente. Assim o trabalho com Resolução de Problemas possibilita ao indivíduo o desenvolvimento desse tipo de habilidade a qual será útil para sua vida, favorável além do espaço escolar. *"As pessoas se mostram incapazes de tomar decisões na vida. Essas pessoas nem sempre pensam matematicamente e tampouco percebem que, se o fizessem, poderiam tomar melhores decisões"* (ALLEVATO; ONUCHIC, 2009, p.16).

CONTEXTO DA APLICAÇÃO DO PROBLEMA

O trabalho que apresento neste relato foi desenvolvido em uma turma de 6º ano do Ensino Fundamental, do período da manhã, de um Colégio público da rede estadual de ensino do município de Campo Mourão.

A turma possui 36 alunos matriculados, porém apenas 32 destes frequentam as aulas. No dia da aplicação do problema estavam presentes 28 alunos.

Como antes da aplicação do problema, realizei cinco aulas de observação participativa na turma e, em seguida, as aulas de regência; em que foi possível ter contato com a turma e verificar seu desenvolvimento, comportamento para que assim pudesse aplicar um problema que fosse condizente com a turma.

Dessa maneira pude observar, durante as aulas anteriores a aplicação do problema, que a turma é participativa, interage bastante durante as explicações e correções das atividades, questiona sempre quando tem dúvidas, não apresenta problemas quanto a questões de disciplina. Apenas três alunos demonstram um pouco mais de dificuldades, devido a questões de reprovação e defasagem.

Vale destacar ainda que o professor regente da turma acompanhou/ assistiu todas as aulas e auxiliou sempre que necessário, me recepcionou muito bem, demonstrando disposição e atenção em ajudar no que fosse preciso.

Quanto as aulas da aplicação do problema, ocorreram em dois dias consecutivos, sendo cada dia em duas aulas geminadas de 50 minutos cada. Para aplicar a atividade, a sala foi dividida em grupos de quatro alunos, totalizando assim sete grupos.

No primeiro dia, antes de entregar o problema, foi explicado as funções que cada um iria executar dentro do grupo. Após esclarecida a dinâmica de funcionamento da aula bem como as funções e dúvidas dos grupos, foi entregue os problemas para os alunos e feito a leitura coletiva com toda a turma.

Nesse dia, os grupos conseguiram resolver as quatro questões e foi possível iniciar as discussões em plenária. Percebi que no momento da plenária, os alunos ficaram agitados e alvoroçados ao verem as resoluções dos colegas expostas na lousa sendo diferente dos mesmos, pois no momento que outros grupos estavam se apresentando os demais já queriam intervir com as suas respostas, não sabendo assim esperar sua vez. Desse modo para manter a organização da sala foi preciso retomar as questões ditas no início, salientando que estes deveriam aguardar seu momento para expor suas ideias.

No dia seguinte, retomamos as discussões das questões que ainda faltavam. Notei que nesse dia os alunos já estavam mais calmos e souberam esperar sua vez para expor suas resoluções e demonstraram mais segurança de ir na frente da sala explicar as estratégias usadas para resolver o problema.

DESCRIÇÃO DO PROBLEMA PROPOSTO

O problema apresentado a seguir (Figura 1) envolve, na sua resolução, conteúdos de frações que os alunos estavam estudando em aulas anteriores a aplicação do problema. Dentre os conteúdos de frações abordados na resolução desse problema, destaca-se as operações de adição e subtração com denominadores diferentes, análise e comparação de frações.

> Jonas e Guilherme irão viajar de Campo Mourão para Curitiba, cada um com seu veículo. Considerando que os dois veículos saíram de Campo Mourão no mesmo horário, 10h:00min da manhã e sabe-se que a distância entre Campo Mourão e Curitiba é de, aproximadamente, 456 Km.
> Leia as informações dadas sobre a viagem:

- JONAS percorreu pela manhã $\frac{1}{4}$ da distância. Ao meio dia parou para almoçar e descansar. A partir das 13h:00min retorna a sua viagem, percorrendo $\frac{2}{3}$ da distância do caminho até as 15h:00min.

- GUILHERME percorreu $\frac{4}{6}$ do percurso até as 12h:00min. Parou as 12h:00min para almoçar por durante uma hora. Retorna as 13h:00min sua viagem, percorrendo $\frac{2}{12}$ do caminho até as 15h:00min.

QUESTÃO 1: Que fração representa a distância total percorrida por Jonas e por Guilherme até as 15h:00min?

QUESTÃO 2: Que fração representa a distância que ainda falta para Jonas e para Guilherme completar o percurso?

QUESTÃO 3: Até as 15h:00min quem estará mais próximo de Curitiba? Por quê?

QUESTÃO 4: O lugar que Jonas e Guilherme pararam para almoçar pode ter sido o mesmo? Justifique sua resposta.

Quadro 2: Problema Proposto aos Alunos

ANÁLISE DAS RESOLUÇÕES DO PROBLEMA

Mostraremos a seguir algumas resoluções dos grupos e análise acerca das mesmas para cada questão.

Questão 1:

a) Que fração representa a distância total percorrida por Jonas e por Guilherme até as 15h:00min?

Quadro 3: Problema Proposto aos Alunos, Questão 1

Nessa questão, logo quando os alunos começaram a resolver e, passando pelos grupos notei que a maioria entendeu a questão de maneira equivocada, ou seja, como se fosse para calcular a distância total percorrida por Jonas e Guilherme juntos e não a distância total percorrida por Jonas e a distância total percorrida por Guilherme separadamente.

Assim, foi necessário esclarecer melhor a pergunta para que os alunos entendessem o que foi questionado. O esclarecimento dessa questão foi muito importante, visto que a resposta obtida na mesma poderia influenciar diretamente nas respostas/resolução das próximas questões. Segue os resultados apresentados pelos grupos.

GRUPO 3, 5, 6 E 7

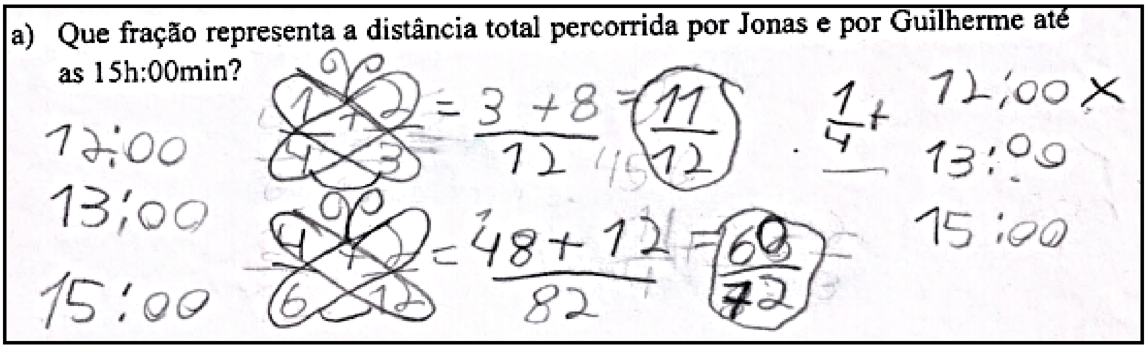


Figura 73: Solução apresentada pelo grupo 5, questão a

Observamos que o grupo 5 conseguiu determinar a distância total percorrida por Jonas e por Guilherme, fazendo a soma da fração correspondente a parte percorrida pela manhã com a parte percorrida a tarde, de cada um. Para resolver a operação utilizaram um método técnico conhecido como “Método da Borboleta”. Os procedimentos de como calcular por esse método foi explicado por escrito pelo grupo 5, conforme mostra a figura a seguir.

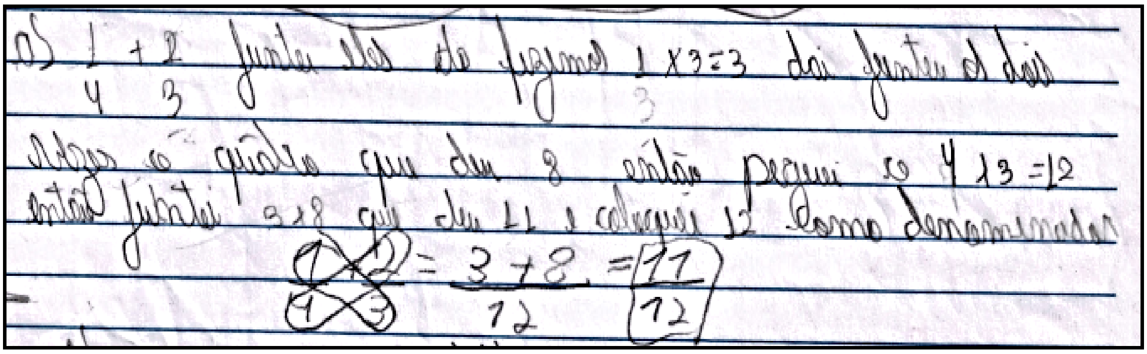


Figura 74: Descrição da resolução do grupo 5, questão a

Os grupos 3, 6 e 7 fizeram similar ao grupo 5, chegaram no mesmo resultado usando o Método da Borboleta.

Vale destacar que o grupo 6, apesar de utilizar o mesmo procedimento, conseguiu perceber que a fração $\frac{60}{72}$ referente a distância percorrida por Guilherme pode ser simplificada e assim o fez, simplificou passo a passo até chegar em uma fração irredutível, demonstrando mais habilidade para trabalhar com frações.

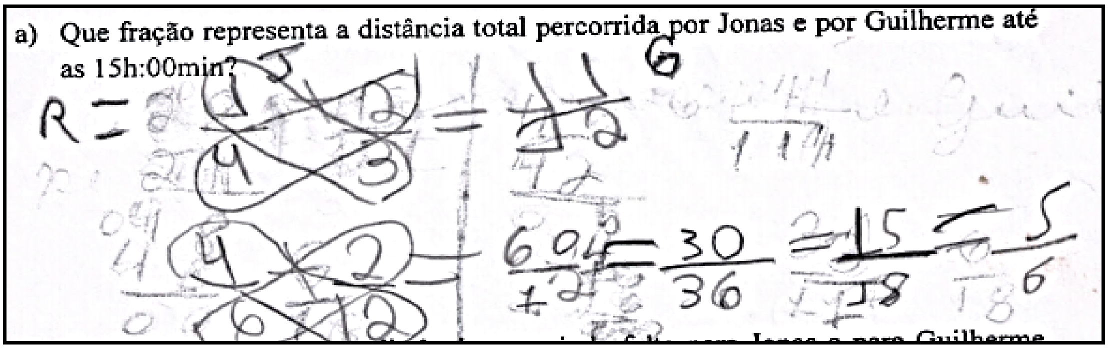
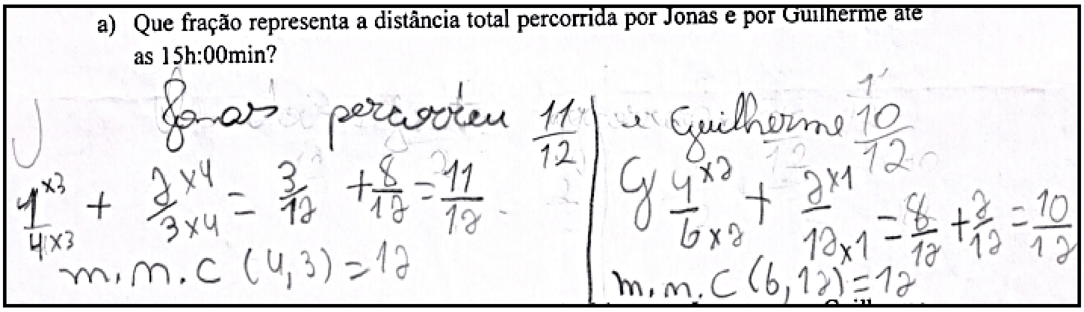


Figura 75: Solução apresentada pelo grupo 6, questão a

GRUPO 2 E 4

Os grupos 2 e 4 chegaram no mesmo resultado que os grupos citados anteriormente, porém utilizaram um caminho diferente para calcular a soma das frações. Resolveram pelo Mínimo Múltiplo Comum.



a) Que fração representa a distância total percorrida por Jonas e por Guilherme até as 15h:00min?

Jonas percorreu $\frac{11}{12}$ | Guilherme $\frac{10}{12}$

$\frac{1^{\times 3}}{4_{\times 3}} + \frac{2^{\times 4}}{3_{\times 4}} = \frac{3}{12} + \frac{8}{12} = \frac{11}{12}$ | $G\ \frac{4^{\times 2}}{6_{\times 2}} + \frac{2^{\times 1}}{12_{\times 1}} = \frac{8}{12} + \frac{2}{12} = \frac{10}{12}$

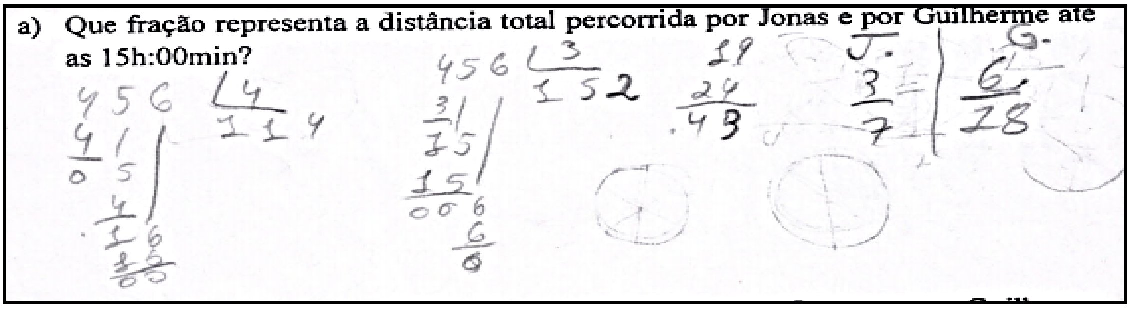
m.m.c (4,3) = 12 | m.m.c (6,12) = 12

Figura 76: Solução apresentada pelo grupo 4, questão a

GRUPO 1

O grupo 1, a princípio, não apresentou coerência nas ideias de sua solução e além disso estavam resolvendo o problema com número inteiro e não com frações, demonstrando assim dificuldade em trabalhar com frações. Ao perceber a dificuldade do grupo, expliquei o problema novamente e orientei que deveriam dar a resposta em fração.

Analisando a figura a seguir, notamos que o grupo entendeu a questão e tentou fazer a soma das frações, apesar de não chegar ao resultado esperado. Subentende que eles tenham feito a soma das frações somando numerador com numerador e denominador com denominador.



a) Que fração representa a distância total percorrida por Jonas e por Guilherme até as 15h:00min?

J. $\frac{3}{7}$ | G. $\frac{6}{28}$

Figura 77: Solução apresentada pelo grupo 1, questão a

Questão 2:

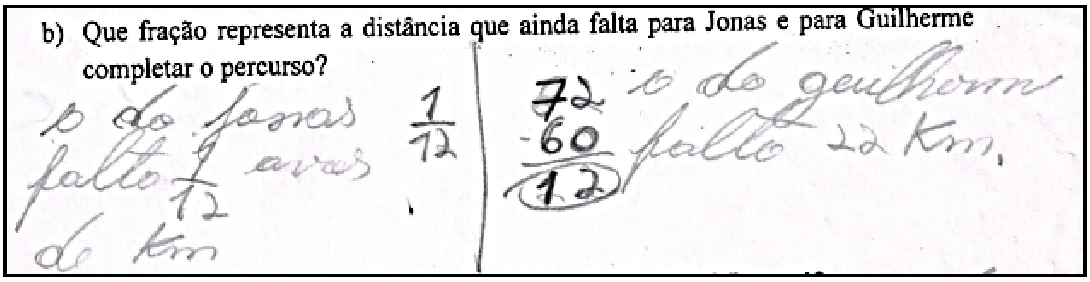
b) Que fração representa a distância que ainda falta para Jonas e para

Guilherme completar o percurso?

Quadro 4: Problema Proposto aos Alunos, Questão 2

Para responder essa questão, os grupos utilizaram como requisito as respostas obtidas na questão anterior. Por conta disso alguns grupos nem realizou cálculo, conseguiram resolver mentalmente. Segue os resultados apresentados pelos grupos.

GRUPO 5


b) Que fração representa a distância que ainda falta para Jonas e para Guilherme completar o percurso?

o do Jonas falta $\frac{1}{12}$ avos de km $\frac{1}{12}$

$72 - 60 = 12$ o do guilherm falto 22 km.

Figura 78: Solução apresentada pelo grupo 5, questão b

Observamos que o grupo conseguiu determinar a fração que ainda falta para Jonas chegar a Curitiba. Em relação a Guilherme, notamos que a resposta foi dada numericamente e apesar disso, a operação realizada apresenta coerência. Para melhor entendimento do raciocínio do grupo nessa questão, a figura a seguir mostra a explicação de como resolveram.

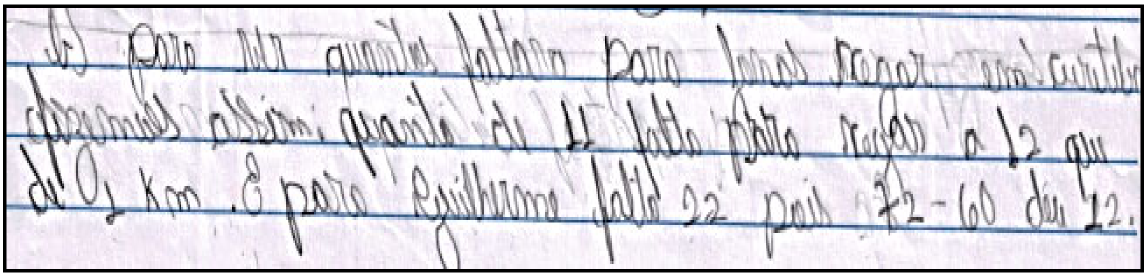

b) Para ver quanto faltava para Jonas chegar em Curitiba fizemos assim, quanto de 11 falta para chegar a 12 que dá 1 km. E para Guilherme falta 22 pois 72-60 dá 12.

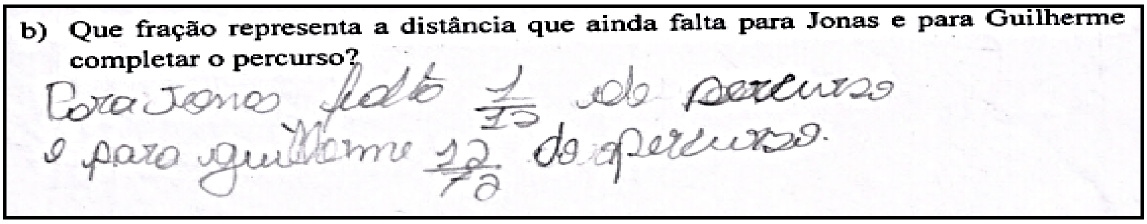
Figura 79: Explicação do grupo 5 acerca da solução para a questão 2

Fica evidente na explicação do grupo que foi feito uma análise da fração correspondente a parte percorrida. Perceberam que subtraindo o denominador dessa fração (representa a quantidade total de partes do trajeto) com o seu numerador (indica a quantidade de partes do trajeto já percorrido) obteria a quantidade de partes que ainda falta para completar esse percurso.

O raciocínio apresentado pelo grupo está correto, porém não conseguiram transformar essa informação encontrada para a forma de fração.

GRUPO 3 E 7

Os grupos 3 e 7 usaram o mesmo raciocínio do grupo anterior. Fizeram os cálculos mentalmente, porém apresentaram suas respostas em forma de fração.



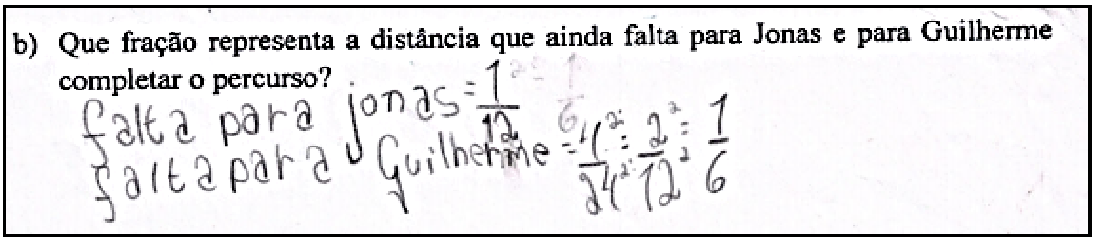
b) Que fração representa a distância que ainda falta para Jonas e para Guilherme completar o percurso?

Para Jonas falta $\frac{1}{12}$ do percurso
e para guilherme $\frac{2}{12}$ do percurso.

Figura 80: Solução apresentada pelo grupo 7, questão b

GRUPO 2

O grupo 2 também usou a mesma estratégia, porém chegou em resposta diferente, pois simplificou a fração.



b) Que fração representa a distância que ainda falta para Jonas e para Guilherme completar o percurso?

falta para Jonas $= \frac{1}{12}$
falta para a Guilherme $= \frac{4}{24} : \frac{2}{12} : \frac{1}{6}$

Figura 81: Solução do grupo 2, questão b

GRUPOS 4 E 6

Os grupos 4 e 6 apresentaram solução semelhante.

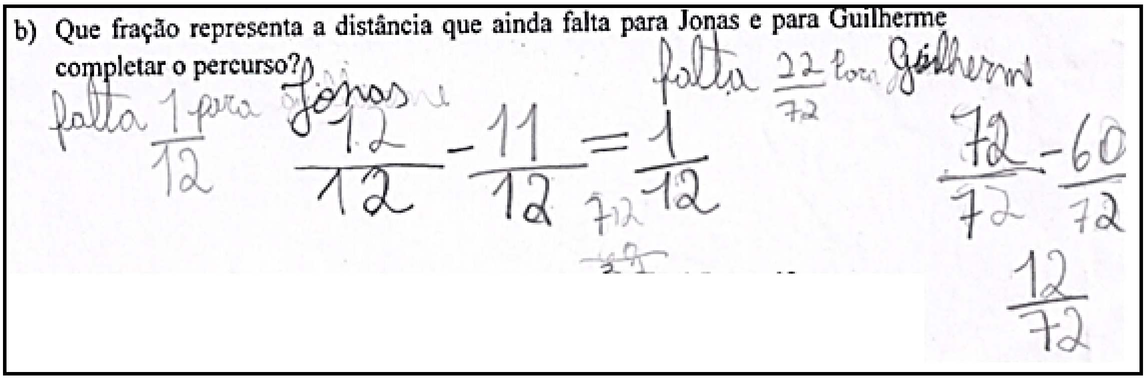


Figura 82: Solução apresentada do grupo 4, questão b

O grupo notou que o percurso de Jonas foi dividido em 12 partes, com isso perceberam que para descobrir a fração do percurso inteiro teria que considerar todas as partes, assim chegaram a 12/12. Como já conheciam a fração correspondente a parte percorrida (determinada na questão anterior), fizeram a subtração das frações. E para calcular de Guilherme, usaram raciocínio análogo.

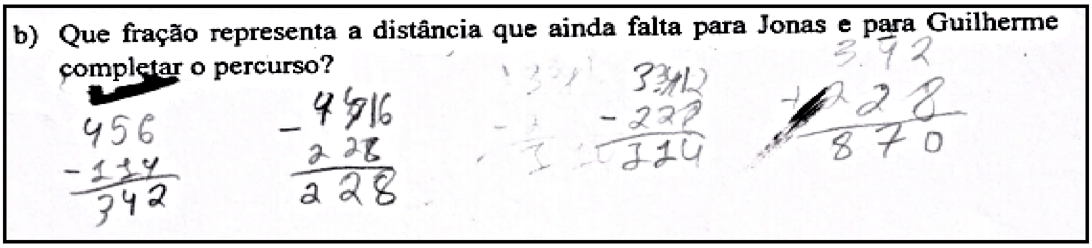


Figura 83: Solução apresentada pelo grupo 1

O grupo 1 não apresentou coerência em sua solução, considerando que na questão anterior já demonstraram dificuldade para resolvê-la. É perceptível que continuam evitando trabalhar com frações, usando apenas números inteiros.

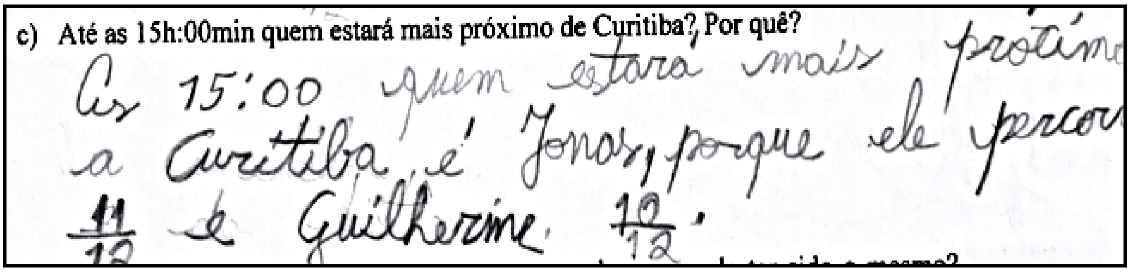
Questão 3:

c) Até as 15h:00min quem estará mais próximo de Curitiba? Por quê?

Quadro 5: Problema Proposto aos Alunos, Questão 3

Essa questão os grupos responderam com base nas respostas obtidas nas questões anteriores. Segue algumas repostas.

GRUPO 4


c) Até as 15h:00min quem estará mais próximo de Curitiba? Por quê?

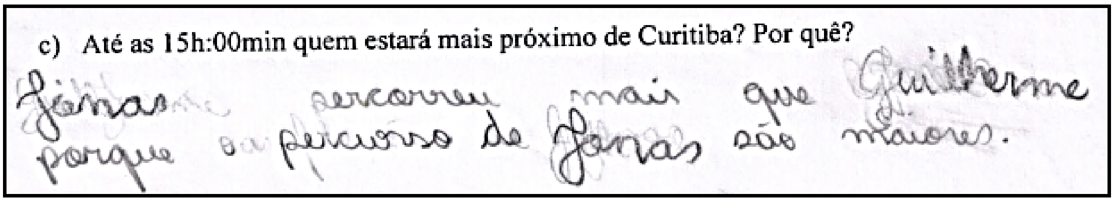
As 15:00 quem estara mais próxim
a Curitiba é Jonas, porque ele percor
$\frac{11}{12}$ e Guilherme $\frac{10}{12}$.

Figura 84: Resposta do grupo 4, questão c

O grupo comparou as frações correspondentes a parte percorrida por Jonas e a percorrida por Guilherme. Como ambas as frações estão com o mesmo denominador, conseguiram perceber que a fração percorrida por Jonas é maior, logo ele estará mais próximo de Curitiba.

GRUPO 7

O grupo 7 apresentou resposta semelhante ao grupo 4 escrito com outras palavras, apesar de sua justificativa estar um pouco confusa é perceptível que conseguiram entender o problema.


c) Até as 15h:00min quem estará mais próximo de Curitiba? Por quê?

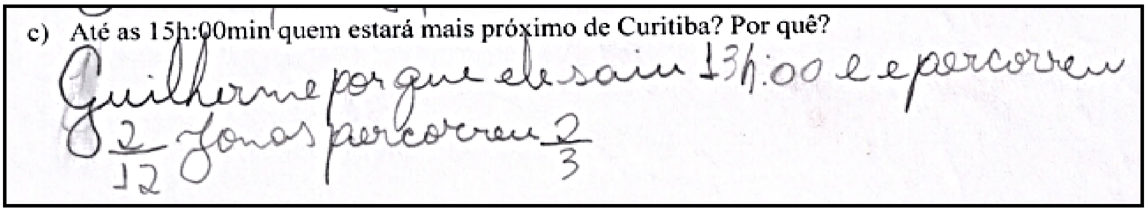
Jonas percorreu mais que Guilherme
porque os percursos de Jonas são maiores.

Figura 85: Resposta do grupo 7, questão c

Na verdade, o percurso é o mesmo para Jonas e Guilherme, o que o grupo quis dizer é que o percurso percorrido por Jonas foi maior do que o percorrido por Guilherme.

GRUPO 2

O grupo 2 acredita que Guilherme estará mais próximo de Curitiba, conforme mostra a figura a seguir.

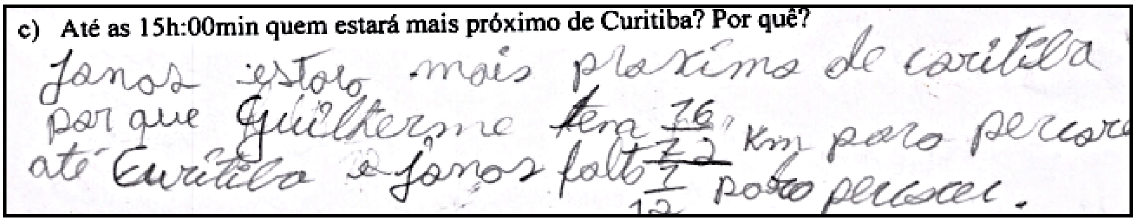

c) Até as 15h:00min quem estará mais próximo de Curitiba? Por quê?

Guilherme porque ele saiu 13h:00 e percorreu $\frac{2}{12}$ Jonas percorreu $\frac{2}{3}$

Figura 86: Resposta do grupo 2, questão c

Podemos observar que o grupo comparou as frações percorridas por Guilherme e Jonas somente no período da tarde e, analisando por essa lógica, realmente Guilherme percorreu mais que Jonas. Não levaram em consideração a parte do trajeto percorrida antes do almoço.

GRUPO 3


c) Até as 15h:00min quem estará mais próximo de Curitiba? Por quê?

Jonas estara mais proximo de curitiba por que Guilherme tera $\frac{16}{72}$ Km para percorrer até Curitiba e Jonas falta $\frac{1}{12}$ para percorrer.

Figura 87: Resposta do grupo 3, questão c

O grupo comparou as frações correspondentes a parte que ainda falta para Jonas e a que falta para Guilherme completar o percurso. Assim, conseguiram perceber que a fração que falta para Jonas completar o percurso é menor, logo ele estará mais próximo de Curitiba.

GRUPO 6

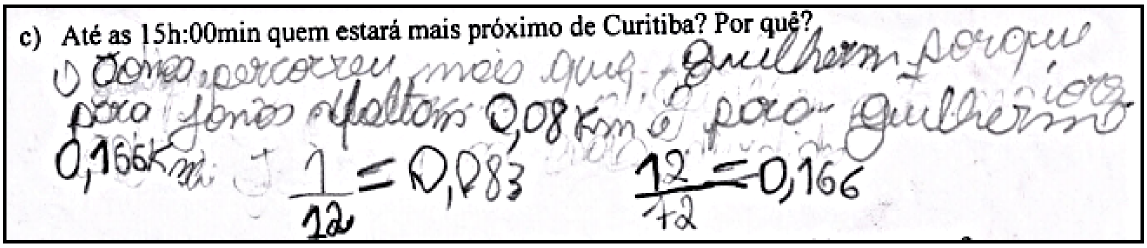

c) Até as 15h:00min quem estará mais próximo de Curitiba? Por quê?
O Jonas percorreu mais que Guilherme porque para Jonas faltam 0,08 Km e para Guilherme 0,166 Km. $\frac{1}{12} = 0,083$ $\frac{12}{12} = 0,166$

Figura 88: Resposta do grupo 6, questão c

Observamos que esse grupo, semelhante ao grupo anterior, analisou pela quantidade que ainda falta para chegar, porém como as frações são de denominadores diferentes, transformou as mesmas em números decimais. E com isso, conseguiram visualizar que a quantidade que falta para Jonas chegar a Curitiba é menor do que Guilherme, logo concluíram que ele está mais próximo.

GRUPO 5

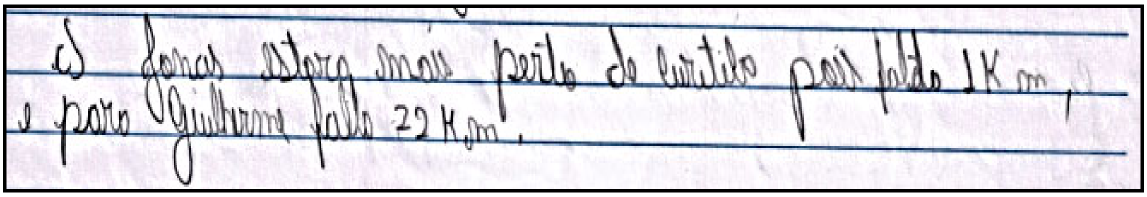

c) Jonas estará mais perto de Curitiba pois falta 1 Km, e para Guilherme falta 22 Km.

Figura 89: Resposta do grupo 5, questão c

Esse grupo também analisou pela quantidade que falta para chegar. Apesar da resposta estar correta, nota-se que o grupo analisou numericamente como havia respondido na questão anterior e não sob forma de fração.

Quanto ao grupo 1, nessa questão, apenas chutou um nome. Não apresentou argumentos/ justificativas para a escolha.

Questão 4:
d) O lugar que Jonas e Guilherme pararam para almoçar pode ter sido o mesmo? Justifique sua resposta.

Quadro 6: : Problema Proposto aos Alunos, Questão 4

GRUPO 2, 3, 4 E 6

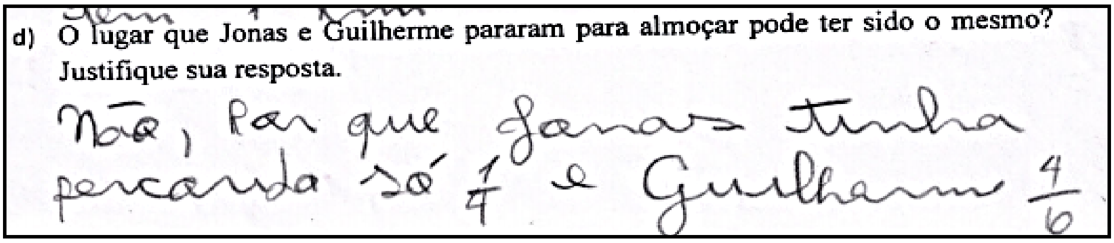

d) O lugar que Jonas e Guilherme pararam para almoçar pode ter sido o mesmo?
Justifique sua resposta.
Não, Par que Jonas tinha percorrida só $\frac{1}{4}$ e Guilherme $\frac{4}{6}$

Figura 90: Resposta do grupo 3, questão d

O grupo comparou as frações percorridas por Jonas e Guilherme antes do almoço. E, pela justificativa do grupo, é perceptível que eles conseguiram notar que Jonas tinha percorrido pouco comparado a Guilherme, consequentemente Guilherme estaria à frente de Jonas, logo o local não seria o mesmo.

Os grupos 2, 4 e 6 responderam com outras palavras, porém com a mesma ideia apresentada pelo grupo 3.

GRUPO 1

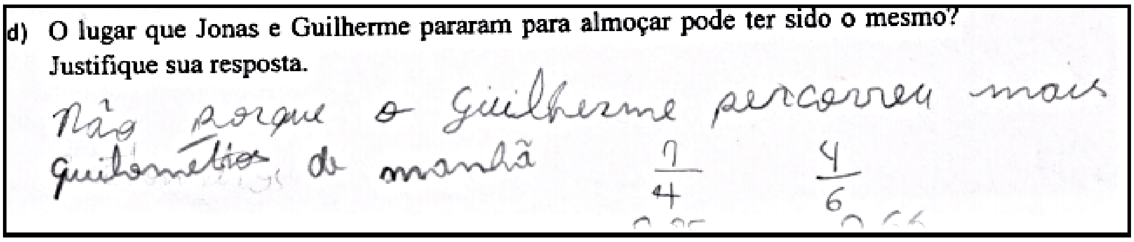

d) O lugar que Jonas e Guilherme pararam para almoçar pode ter sido o mesmo?
Justifique sua resposta.
Não porque o Guilherme percorreu mais quilômetros de manhã $\frac{1}{4}$ $\frac{4}{6}$

Figura 91: Resposta do grupo 1, questão d

Apesar do grupo 1 ter encontrado dificuldade nas questões anteriores, nessa questão, considerando que não dependia das respostas das outras questões, conseguiram identificar e analisar as frações percorridas por Jonas e Guilherme antes do almoço, transformando-as em número decimal e assim perceberam que o número decimal de Guilherme é maior, concluindo que ele andou mais de manhã do que Jonas.

Os grupos 5 e 7 não analisaram as informações matematicamente no contexto, apresentando argumentos não condizentes com a pergunta. Logo, foram desconsiderados para nossa análise.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ficou evidente o interesse e entusiasmo dos alunos na participação da resolução do problema. A princípio, os alunos demonstraram muito agito e dispersão nos grupos, devido não estarem habituados com a dinâmica diferenciada da aula que esse tipo de atividade requer.

Porém, com as intermediações realizadas, os alunos foram compreendendo melhor a proposta da atividade e consequentemente, passaram a interagir e discutir suas ideias nos grupos.

No momento da plenária, no qual dois representantes de cada grupo iam até a frente da sala para explicar/expor na lousa sua resolução, considero um dos momentos mais ricos de aprendizado da aula. Esse momento da plenária acabou gerando inquietações nos demais grupos, ao perceberem que a ideia utilizada pelo grupo que estava apresentando era diferente da maneira que eles tinham usado pra resolver.

Nesse instante, percebi que os alunos entraram em choque com algumas visões que estes demonstram acerca do ensino da matemática. Visões estas atreladas ao ensino de matemática como sendo algo exato, preciso, que as respostas sempre serão um valor numérico, que existe uma única maneira de se chegar a solução, entre outras.

Portanto, esta pratica me propiciou evidenciar que o trabalho com resolução de problemas, além de desenvolver várias habilidades do aluno, como instigar e organizar suas ideias, criar estratégias de resolução, permite ao aluno romper com algumas concepções equivocadas que estes carregam acerca da matemática.

REFERÊNCIAS

ALVES, V.; DAMACENO, D. S.; SANTOS, T. S. A Resolução de Problemas e os aspectos significativos da sua prática nas aulas de Matemática. In: **VI EPCT Encontro de Produção Científica e Tecnológica**, p. 1-12, 2011.

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. **Uma História da Resolução de Problemas no Brasil e no Mundo**. In: I SERP Seminário Em Resolução de Problemas. Palestra de encerramento do I SERP, UNESP, Rio Claro, 2008.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Ensinando Matemática na sala de aula através da Resolução de Problemas. **Boletim GEPEM.** Rio de Janeiro; v. 55, p. 1-19, 2009.

ROMANATTO, Mauro Carlos. Resolução de problemas nas aulas de Matemática. In: **Revista Eletrônica de Educação**. São Carlos, SP: UFSCar, v. 6, no. 1, p.299-311, mai. 2012.

INICIAÇÃO NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E NA PRÁTICA DOCENTE

Emilly da Silva Nunes
Willian Bellini

INTRODUÇÃO

A proposta da aplicação de uma atividade por meio da Resolução de Problemas surgiu durante conversas nas aulas de Estágio Supervisionado I, na qual o professor nos explicou de maneira breve como funciona essa metodologia de ensino e conforme as aulas foram passando aprendemos um pouco mais sobre o assunto.

Lendo alguns artigos e apresentando em sala, conseguimos entender do que se trata a Resolução de Problemas, porém, foi na prática em sala de aula que conseguimos perceber de fato como ela ocorre e o aprendizado que pode proporcionar. A realização dessa atividade ocorreu durante o estágio que foi realizado em dupla.

Apresentar para os alunos de maneira investigativa um determinado problema e possibilitar que ele reflita sobre isso, permitindo-o usar estratégias matemáticas que ele conheça e justificar ações por meio de seus argumentos, proporciona diferentes tipos de aprendizagem. Além disso, mostrar que existe mais de uma maneira de resolver um exercício para a encontrar a esperada resposta certa, é uma maneira de não limitar o pensamento do aluno e ampliar sua visão para as diferentes maneiras de solucioná-lo.

Diante disso, esse relato é referente a aplicação de uma atividade investigativa, fazendo uso da metodologia de ensino Resolução de Problemas, que aconteceu em uma turma do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública do município de Campo Mourão – PR, com o objetivo de proporcionar aos alunos o aprendizado da Matemática por meio de uma tarefa investigativa e possibilitando que esses pudessem ser autores de suas descobertas.

O problema utilizado do Pisa foi aplicado durante quatro aulas, nas quais acompanhamos o desenvolvimento dos alunos, auxiliamos e discutimos ao final da atividade as diferentes estratégias para encontrar uma única resposta.

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A Resolução de Problemas é um assunto que vem sendo estudado atualmente nas pesquisas relacionadas à Educação Matemática, porém a presença desse tema no ensino de Matemática não é algo recente, vem desde alguns séculos atrás, pois segundo Onuchic (2008), é possível encontrar esses problemas em registros históricos dos babilônios, chineses, egípcios e gregos, além de livros-texto dos séculos XIX, XX, contudo, esses livros eram limitados em relação a aprender a resolver problemas.

Durante o século XIX, educadores pensavam que a resolução de problemas deveria ser aplicada somente para verificar os conceitos já aprendidos. Essa ideia errônea sobre a resolução de problemas tem prevalecido no ensino de matemática há muitos anos (D'AMBROSIO, 2008). Porém com o passar dos anos mais pesquisas foram feitas em relação à Resolução de Problemas, de modo que esses trabalhos puderam dar suporte aos professores que desenvolviam pesquisas sobre esse tema e para os que fossem ensinar fazendo uso desse método de ensino (ONUCHIC; ALLEVATO, 2009).

Segundo Romanatto (2012), um dos educadores que defendia a importância dos alunos de Matemática saberem resolver problemas e escreveu um livro sobre esse assunto intitulado *A arte de resolver problemas*, foi George Pólya. Nesse livro ele escreveu sobre a resolução de problemas como arte, isto é, a arte da descoberta de aprender e compreender novas ideias durante a resolução dos problemas. Pólya também defendia que o propósito central da educação é estimular o aluno a pensar, refletir, para poder desenvolver sua inteligência.

Após os anos 90, depois de anos de pesquisas realizadas por Pólya e outros educadores, a Resolução de Problemas passou a estar mais presente nas aulas de matemática, passando a ser considerada como um método de ensino, que também possibilita explorar problemas relacionados com investigação e modelagem. Uma prova disso é que, de acordo com Greboggie e Agranionih (2016), nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de Matemática (1997) está presente a relevância de utilizar a Resolução de Problemas como metodologia para o ensino de Matemática.

Para Alves, Damaceno e Santos (2011) problema é "[...] uma determinada situação que exige reflexão, boa interpretação, conhecimentos básicos e que atente a curiosidade em quem se depara com o mesmo, ao passo que se prontifica em resolvê-lo" (ALVES; DAMACENO; SANTOS, 2011, p. 8). A resolução de problemas utilizada na sala de aula está relacionada com a maneira que os alunos, na busca da solução do problema, fazem uso dos conceitos já aprendidos de Matemática. Além de que, com essa atividade são estimulados a refletir, organizar ideias (ROMANATTO, 2012).

A aplicação da atividade pode ocorrer de maneira investigativa, o professor pode apresentar o problema aos alunos como uma maneira de verificar os conceitos que os alunos já conhecem além de perceber as dificuldades que apresentam em relação a esse assunto. Uma maneira de conduzir os alunos durante a atividade é formar os grupos e determinar funções especificas para cada aluno, além de ser um modo de organizar o trabalho, também é possível designar novas tarefas que os alunos não costumam fazer.

Para ensinar por meio da Resolução de Problemas alguns pontos devem ser analisados, tais como, as respostas encontradas devem ser justificadas para que a aprendizagem aconteça, o contexto do problema deve ser algo que os alunos entendam e o problema deve ser referente ao conteúdo matemático em questão. Analisar os conhecimentos que os alunos já possuem é importante para que eles se sintam motivados e interessados em resolver a atividade, além disso os problemas elaborados contribuam para ampliar seus conhecimentos (GREBOGGI; AGRANIONIH, 2016).

Além de todo o processo de desenvolvimento da Resolução de Problemas também se deve destacar que o papel do professor é importante no uso dessa metodologia de ensino.

> Na formulação de Pólya, o professor é a chave. Só um professor sensível pode estabelecer o tipo correcto de problemas para uma dada aula e promover a quantidade de ajuda apropriada. Porque ensinar também é uma arte, ninguém pode programar ou mecanizar o ensino da resolução de problemas; ela permanece uma actividade humana que requer experiência, gosto e julgamento (STANIC; KILPATRICK, 1989, p. 1).

O professor é essencial para que o aprendizado através da Resolução de Problemas aconteça, pois, o educador é quem deve saber conduzir a atividade e fazer os questionamentos corretos. Para aplicar a resolução de problemas é importante que o professor conheça essa metodologia como alguém que resolve problemas, desse modo conhecerá os processos de desenvolvimento de tal atividade (ROMANATTO, 2012). Dessa maneira durante a resolução de problemas o aprendizado acontece de várias formas.

> Na abordagem da resolução de problemas, como uma metodologia de ensino, o estudante tanto aprende Matemática resolvendo problemas como aprende Matemática para resolver problemas. O

> ensino da resolução de problemas não é mais um processo isolado. Nessa metodologia, o ensino é consequência de um processo mais amplo (ROMANATTO, 2012, p. 308).

A RP permite ao aluno ampliar sua capacidade de pensar de modo crítico, construir argumentos, além de fazer com que ele reflita sobre o que formulou e seja capaz de justificar aquilo (ALVES; DAMACENO; SANTOS, 2011). Fazer uso da Resolução de Problemas como metodologia de ensino permite que os alunos construam seus conhecimentos e que melhor compreendam os conteúdos matemáticos (ONUCHIC; ALLEVATO, 2009).

O desafio dos educadores matemáticos é dar suporte aos professores que buscam utilizar a resolução de problemas como metodologia de ensino de matemática, e que percebam que os alunos são capazes de aprender por meio desse método (D'AMBROSIO, 2008).

DESCRIÇÃO DA TURMA

A atividade foi aplicada em uma turma do nono ano do Ensino Fundamental em um colégio público na cidade de Campo Mourão-PR, durante quatro aulas de cinquenta minutos. Havia trinta e dois alunos matriculados, porém trinta participaram da atividade.

A turma de maneira geral desenvolveu as atividades propostas, porém alguns fatores que afetaram o desempenho dos alunos durante esse processo foi a conversa em excesso e o uso de celulares. Foi possível perceber o perfil da turma, visto que pudemos observar os alunos durante cinco aulas antes de começarmos a desenvolver a atividade. Com isso, constatamos quais alunos eram mais participativos, e também aqueles que possuíam mais dificuldade em interpretar e desenvolver as atividades.

A professora regente nos auxiliou em todos os momentos em relação a disciplina da turma. Senti certa dificuldade para apresentar o conteúdo e desenvolver a atividade, pois nunca havia trabalhado em uma sala tão numerosa e era difícil fazer com que a maioria dos alunos prestassem atenção no conteúdo que estávamos explicando.

Para iniciar a tarefa pedimos para formarem grupos de quatro a cinco pessoas, depois estabelecemos uma função para cada aluno do grupo, um seria o responsável por organizar seu grupo, auxiliar a todos e perguntar quando houvesse dúvidas, outro ficou com a função de anotar o passo a passo da resolução da atividade e as respostas, e o restante deveria apresentar no quadro os resultados encontrados para a discussão entre os grupos.

No início alguns resistiram diante da função que designamos para exercerem em seus determinados grupos, contudo, durante o tempo que deixamos eles resolverem a atividade, sempre os incentivando a continuar e a fazerem a tarefa de acordo com os conhecimentos que possuíam, eles começaram a mudar de ideia e por fim conseguimos que a maioria participasse de todo o processo investigativo.

Por fim, ao terminarem a atividade os resultados foram apresentados para toda a turma e questionamentos foram feitos diante das diferentes respostas encontradas e também das distintas maneiras que cada grupo desenvolveu a tarefa obtendo a mesma resposta.

RELATO DA APLICAÇÃO DO PROBLEMA

Os trinta alunos foram divididos em sete grupos, cinco grupos com quatro integrantes e dois formados por cinco alunos. Entregamos a atividade para os grupos e fizemos a leitura do problema e de cada uma das questões, depois pedimos para que em grupos lessem novamente as questões se necessário e juntos refletissem sobre como resolvê-las. Em cada grupo havia um aluno responsável por organizar seus colegas e nos pedir ajuda quando precisassem. Explicamos para eles que podiam nos fazer perguntas, porém não iríamos dizer se a resolução estava certa ou errada, mas instigá-los a analisar e pensar sobre o que estavam desenvolvendo em relação a atividade.

A tarefa que aplicamos com os alunos envolvia conceitos como porcentagem, regra de três simples, trigonometria no triângulo retângulo, sendo que este último assunto estava sendo trabalhado antes da aplicação da atividade na sala de aula. Nós explicamos para os alunos que a tarefa relacionava o conteúdo que estavam estudando no momento, além de conceitos que eles haviam aprendido em anos anteriores, mas que podiam, ao interpretar o problema, expressarem suas ideias e as maneiras que conheciam para resolver as questões de modo que encontrassem um resultado.

Para simplificar iremos nomear os sete grupos da seguinte maneira, Grupo 1, Grupo 2, Grupo 3, Grupo 4, Grupo 5, Grupo 6 e Grupo 7.

Escolhemos trabalhar com um problema do PISA – Programa Internacional de Avaliação de Alunos, intitulado Navios de Carga que é divido em três questões (Figura 1)

NAVIOS DE CARGA

Noventa e cinco por cento do comércio mundial é transportado por mar, por cerca de 50 000 petroleiros, cargueiros e navios porta--contentores. A maioria destes navios funciona a gasóleo.

Os engenheiros estão a planear desenvolver um equipamento de apoio aos navios que utiliza a força do vento. Propõem prender aos navios um papagaio gigante, que funciona como uma vela, e usar a força do vento para reduzir o consumo de gasóleo, assim como o impacto deste combustível no ambiente.

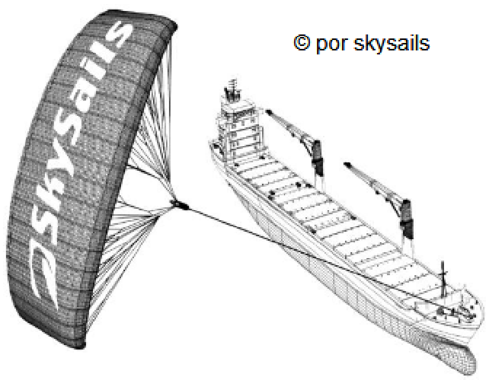


Figura 92: Problema Navios de Carga, PISA

Em seguida apresentaremos o enunciado de cada questão e como os grupos as resolveram.

QUESTÃO 1

O enunciado do problema apresentou o contexto que relaciona as três questões, explicando de maneira breve o desenvolvimento de um equipamento que pode contribuir com a economia de combustível gasto pelos navios e com o meio ambiente.

A primeira questão apresentou no enunciado alguns dados, como a altura que uma *kite sail* voa, afirmando que a essa altura a velocidade do vento é aproximadamente 25% maior se comparada a velocidade no convés do navio. O questionamento é qual a velocidade que atinge o equipamento quando no convés o vento apresenta 24 km/h.

Questão 1: NAVIOS VELEJADORES

Uma vantagem do uso de uma *kite sail* é que ela voa a uma altura de 150 m. A essa altura, a velocidade do vento é aproximadamente 25% maior do que embaixo, no deque do navio.

A que velocidade aproximada o vento sopra uma *kite sail*, quando a velocidade do vento, medida no deque de um navio-contêiner, é de 24 km/h ?

A 6 km/h
B 18 km/h
C 25 km/h
D 30 km/h
E 49 km/h

Figura 93: Problema Navios de Carga, PISA, Questão 1

GRUPOS 1, 5, 6 E 7

O Grupos calcularam 25% de 24 km/h, pois de acordo com o enunciado a velocidade a 150 m de altura é 25% maior do que no convés do navio, como a questão pedia para determinar essa velocidade sabendo que a velocidade medida no deque, ou seja, embaixo era de 24 km/h, ao encontrar esse valor puderam somar com o valor da velocidade e encontrar a resposta final, 30 km/h.

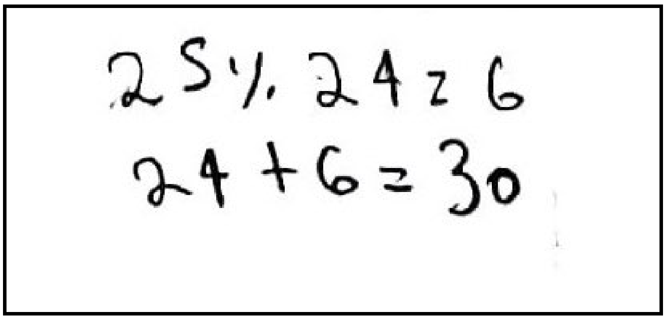


Figura 94: Resolução do Grupo 1 para a Questão 1

GRUPOS 2 E 4

Os Grupos 2 e 4 resolveram da seguinte forma, analisando os dados encontraram o valor 150 metros que representa a altura que a *kite sail* voa e dividiram esse valor por 25%, que se refere a porcentagem que a velocidade do vento é maior a essa altura se comparada com a velocidade embaixo no deque. Como resultado dessa divisão encontraram 6 e somaram com 24 encontrando como resposta final 30 km/h, porém, essa resolução mesmo coincidindo com a resposta correta da questão não foi justificada e a divisão 150 por 25 resultou no valor que deveria ser calculado como sendo 25% de 24 km/h.

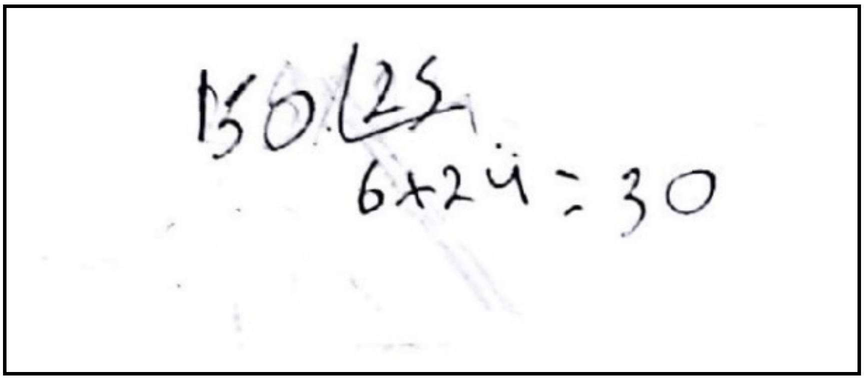


Figura 95: Resolução do Grupo 2 para a Questão 1

GRUPO 3

O Grupo 3, encontrou o valor 30 km/h fazendo a divisão de 24 por 100 encontrando o resultado 0,24, multiplicando esse valor por 25 encontraram 25% de 24 que é 6, contudo, o valor 25 que, de acordo com as ideias que eles estavam desenvolvendo, deveria ser dividido por 100, encontrando 0,25 que multiplicado por 24 km/h resulta em 6 km/h. Mesmo assim o grupo encontrou a reposta correta da questão, 30 km/h.

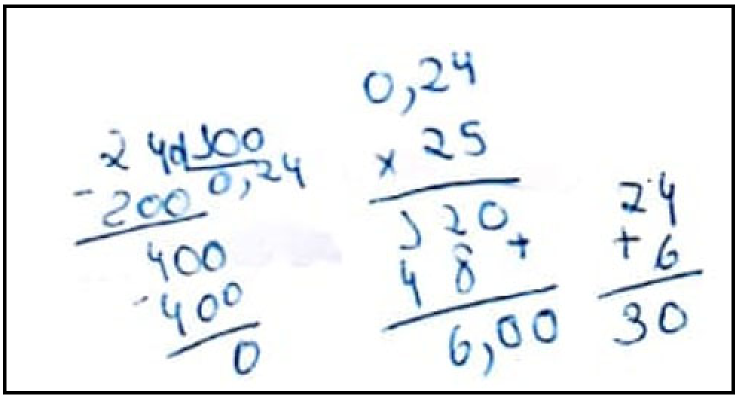


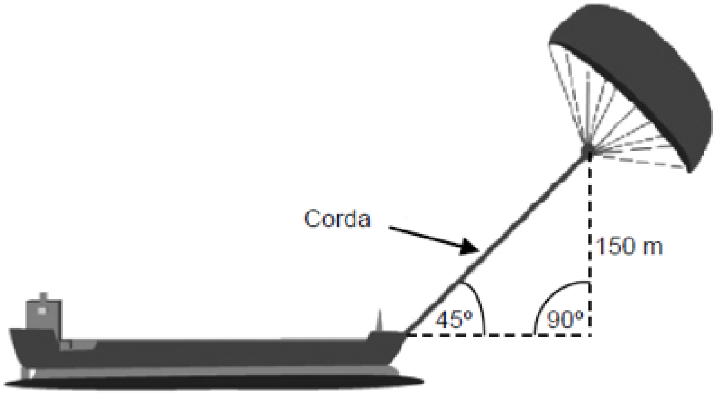
Figura 96: Resolução do Grupo 3 para a Questão 1

QUESTÃO 2

Na segunda questão os alunos possuíam a imagem do navio e da corda da *kite sail* formando o triângulo retângulo. Analisando a imagem os alunos deveriam identificar o ângulo reto de 90°, a hipotenusa e os catetos. Localizando esses elementos do triângulo e sabendo que o enunciado pede o comprimento da corda eles deveriam, pensando nas razões trigonométricas, usar a razão seno, pois possuíam o valor do cateto oposto 150 m e o valor do ângulo, 45º, desse modo iriam encontrar o valor da hipotenusa, que representa o comprimento da corda.

Questão 2: NAVIOS VELEJADORES

Aproximadamente qual é o comprimento de corda para que a *kite sail* puxe o navio a um ângulo de 45° e fique a uma altura vertical de 150 m, como mostrado no diagrama à direita?



Obs: Desenho fora de escala .
© skysails

a) 173 m
b) 212 m
c) 285 m
d) 300 m

Figura 97: Problema Navios de Carga, PISA, Questão 2

GRUPOS 1, 3 E 7

Os Grupos 1, 3 e 7 resolveram essa questão identificando o triângulo retângulo da figura e ao perceber que a corda representava a hipotenusa, pensando nas três razões trigonométricas identificaram o valor do cateto oposto ao ângulo de 45° e utilizaram a razão seno para encontrar o valor da hipotenusa.

$$\text{sen } 45° = \frac{CO}{H}$$

$$\frac{0{,}70}{1} = \frac{150}{x}$$

$$0{,}70x = 150$$

$$x = \frac{150}{0{,}70}$$

$$x = 214{,}28$$

Figura 98: Resolução do Grupo 3 para a Questão 2

GRUPOS 2 E 5

Os Grupos 2 e 5 identificaram o triângulo retângulo, fizeram uso da razão seno, e encontraram o valor aproximado da resposta, 212 metros, entretanto, colocaram o valor 0,7 (seno de 45°) sobre 150, quando na verdade não havia nenhum valor a ser colocado ali, e no momento da multiplicação o valor considerado seria 1. Mesmo escrevendo dessa maneira, talvez por nos verem durante as aulas, na maioria das vezes realizar tal multiplicação por 1, colocaram o valor 150 e continuaram com a ideia de que o resultado da multiplicação era o próprio 150, conseguindo encontrar a resposta.

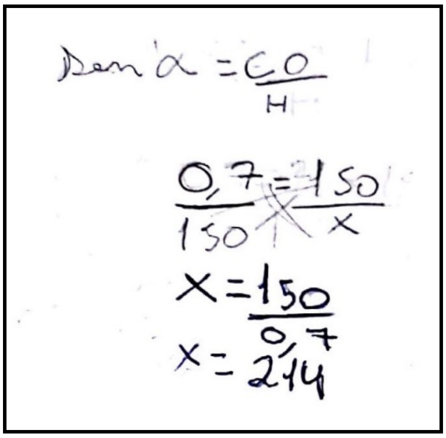


Figura 99: Resolução do Grupo 5 para a Questão 2

GRUPO 4

O Grupo 4 além de resolver o exercício, escreveu como fizeram justificando sua resposta. Encontraram o valor 285 metros somando todos os valores encontrados na questão.

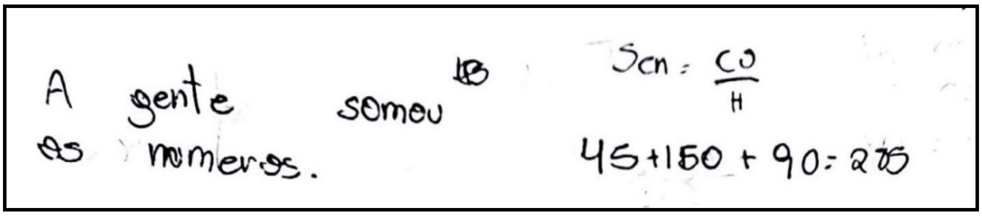


Figura 100: Resolução do Grupo 4 para a Questão 2

GRUPO 6

O Grupo 6 ao analisar o triângulo retângulo identificou a hipotenusa e o cateto oposto, com isso utilizaram a razão seno para resolver a questão, porém, substituíram o valor $\frac{1}{2}$ para o seno de 45°, o valor correto é $\frac{\sqrt{2}}{2}$, assim encontraram a resposta 300 metros.

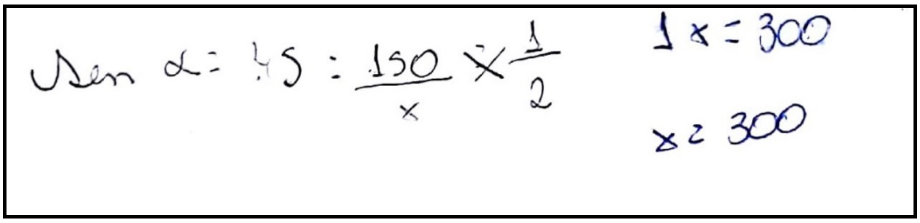


Figura 101: Resolução do Grupo 6 para a Questão 2

QUESTÃO 3

A Questão 3 da atividade necessita de uma interpretação e conhecimento de alguns conceitos matemáticos que se relacionam com essa interpretação. Existem alguns caminhos possíveis para a resolução dessa questão, visto que a pergunta final é quantos anos de economia seriam necessários para cobrir o custo de um papagaio.

Uma possível resolução é, analisando as informações do exercício temos que um navio sem o papagaio consome por ano cerca de 3500000 litros de diesel, e com o equipamento esse consumo poderia ser reduzido em 20%. Calculando 20% de 3500000 temos a resposta 700000, ou seja, isso é consumo em litros de diesel por ano que o navio terá se utilizar o equipamento. Sabendo que a redução será de 700000 litros de diesel multiplicamos por 0,42 que é o valor de cada litro para descobrir qual será a economia, obtendo 294000 zeds (unidade monetária do problema) de economia. Por fim, sabendo que o custo para equipar o navio com o papagaio é de 2500000, dividindo esse valor por 294000 zeds encontramos aproximadamente 8,5, visto que queremos a resposta em anos podemos apresentar 8 anos e 6 meses como resposta final, pois 6 meses corresponde à metade de um ano.

Questão 3: NAVIOS VELEJADORES

Devido ao alto custo do óleo *diesel*, a 0,42 zeds por litro, os proprietários do navio *Nova Onda* estão pensando em equipar seu navio com uma *kite sail*.
Calcula-se que uma *kite sail* como essa tenha o potencial para reduzir o consumo de *diesel* em cerca de 20%.

Nome: *Nova Onda*

Tipo: cargueiro

Comprimento: 117 metros

Envergadura: 18 metros

Capacidade de carga: 12 000 tons

Velocidade máxima: 19 nós

Consumo de *diesel* por ano, sem uma *kite sail*: aproximadamente 3 500 000 litros

O custo para equipar o *Nova Onda* com uma *kite sail* é de 2 500 000 zeds.
Após quantos anos a economia com o custo do óleo *diesel* poderia cobrir o custo da *kite sail*?
Apresente os cálculos para fundamentar sua resposta.

Figura 102: Problema Navios de Carga, PISA, Questão 2

GRUPO 1

Para a Questão 3 o Grupo 1 utilizou para sua resolução os valores 3500000 que é o consumo de diesel por ano de um navio sem o equipamento e multiplicou pelo valor do litro do combustível, que é 0,42.

Encontraram o valor 1470000 e utilizaram esse resultado para dividir 2500000, que é o custo para colocar o equipamento no navio. Chegaram em aproximadamente 1,7 e interpretaram que essa é quantidade de anos e meses de economia em combustível para cobrir o custo da *kite sail*. De maneira análoga a essa, porém utilizando o valor 2800000 para multiplicar por 0,42, encontraram ao final da resolução 2,1 e citaram essa outra resposta.

3500 000 x 0,42 = 1470 000

2500 000 ÷ 1470 000 = 1,7

2800 000 x 0,42 = 1176000

2500 000 ÷ 2500 000 ÷ 1176000 = 2.1

Figura 103: Resolução do Grupo 1 para a Questão 3

GRUPOS 2, 3, 4, 5, 6 E 7

O restante dos Grupos encontrou a reposta 1,7 da mesma maneira que o Grupo 1 encontrou. Todos os grupos apresentaram certa dificuldade em interpretar essa questão para conseguir encontrar a resposta final 8 anos e 6 meses. Diante disso nós procuramos durante a plenária analisar essa questão priorizando também o entendimento dos alunos em relação ao enunciado.

3.500 000 . 0,42 = 1. 470 002

2 500 000 ÷ 1 470 002

Figura 104: Resolução do Grupo 7 para a Questão 3

PLENÁRIA

Após todos os grupos conseguirem realizar a atividade proposta nós pedimos para aqueles que em seus grupos tinham a função de apresentadores conversarem com seus colegas de grupo e organizarem suas ideias para que as apresentações pudessem começar.

Para a Questão 1 pedimos para um grupo iniciar a plenária e expor para os seus colegas o resultado encontrado e escrever no quadro como chegaram a tal resultado. O Grupo 1 apresentou a reposta obtida, 30 km/h e explicaram sua resolução, questionamos os outros grupos se concordavam com a resolução e com o resultado.

Com isso os grupos 2, 3 e 4 apresentaram suas resoluções e diante das três maneiras encontradas para resolver a questão questionamos todos os grupos quais estavam corretas. Com todos as resoluções apresentadas explicamos que por coincidência a divisão de 150 por 25 resultou em 6 que também representa 25% de 24 km/h, assim esclarecemos as dúvidas diante da maneira de resolver dos grupos 2 e 4, além do grupo 3.

Na Questão 2, o grupo 7 expôs no quadro sua resolução e o resultado obtido, 214,28 e assinalaram a alternativa 212 por ser a mais próxima. Novamente perguntamos aos demais grupos se eles obtiveram os mesmos resultados e de qual maneira.

O Grupo 6 apresentou seu modo de resolver e a resposta encontrada 300 metros e ao analisar essa resolução os demais alunos perceberam que o grupo fez a substituição incorreta do valor para seno de 45°, esclarecido esse ponto pedimos para o Grupo 5 apresentar sua resolução e explicamos que o valor que eles deveriam considerar para a multiplicação não deveria ser 150, mas o número 1. Eles questionaram essa resolução e explicamos que o valor 1 dividindo 0,7 não iria alterar a igualdade, pois 0,7 dividido por 1 é o próprio valor.

Nesse exercício também discutimos sobre o uso do valor decimal para representar o seno de 45°, todos os grupos fizeram uso do valor 0,7, mesmo nas aulas anteriores em que haviam estudado os ângulos notáveis, nenhum grupo utilizou o valor $\frac{\sqrt{2}}{2}$, por isso mostramos a eles que utilizando esse valor encontrariam uma resposta mais próxima de 212 metros, visto que eles encontraram 214,28.

Conseguimos perceber também que mesmo estudando nas aulas anteriores as razões trigonométricas e os elementos do triângulo retângulo, hipotenusa, cateto oposto e adjacente, muitos alunos apresentaram dúvidas em relação a qual razão escolher para resolver o exercício.

A Questão 3 foi resolvida por nós no quadro, pedimos para os alunos pensarem sobre e tentarem de maneira coletiva nos ajudar a resolver, porém, infelizmente devido diversas aulas realizando essa tarefa, poucos alunos estavam realmente interessados em resolver esse exercício, por fim resolvemos o passo a passo no quadro e explicamos que a maneira de resolver, citada anteriormente, era apenas uma e que podem existir outras possibilidades.

Procuramos ajudá-los a compreender não somente a resolução dessa questão, mas como deveríamos interpretar o enunciado para conseguirmos pensar em algumas maneiras para resolvê-las.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com a aplicação da atividade por meio da metodologia Resolução de Problemas conseguimos perceber tanto as dificuldades dos alunos referentes aos conceitos matemáticos, como também os obstáculos que eles mesmo desenvolvem diante de uma tarefa investigativa que proporciona uma liberdade para criar e pensar nas resoluções.

O fato de não respondermos se estavam certos ou errados durante o desenvolvimento da atividade fazia com que ficassem um pouco inseguros diante de suas estratégias. Porém, aos poucos alguns grupos buscaram por si mesmos resolverem ao seu modo a tarefa e justificar suas escolhas e resolução. Buscamos com a atividade tanto desenvolver o aprendizado em relação ao conteúdo como despertar o interesse pela matemática.

Desde modo, percebemos que aplicação de uma atividade diferente das quais eles estavam acostumados a desenvolver os deixou com certo desconforto e falta de confiança no aprendizado que já possuem, contudo, durante todo o processo alguns alunos realmente resolveram se aventurar nessa maneira de aprender e confiar mais em seus argumentos e conhecimentos.

Por fim, posso afirmar que a minha primeira experiência como docente contribuiu para que eu realize algumas mudanças em relação a minha maneira de ensinar, além de despertar um interesse em compreender algumas das diferentes metodologias de ensino, para cada vez mais aproximar alunos e professores do caminho de ensino e aprendizagem.

REFERÊNCIAS

ALVES, V.; DAMACENO, D. S.; SANTOS, T. S. A Resolução de Problemas e os aspectos significativos da sua prática nas aulas de Matemática. In**: VI EPCT Encontro de Produção Científica e Tecnológica**, p. 1-12, 2011.

D'AMBROSIO, B. S. **A Evolução da Resolução de Problemas no Currículo Matemático.** Miami University. Ohio, EUA, 2008.

GREBOGGI, V.; AGRANIONIH, N. T. A Resolução de Problemas como Metodologia de Ensino em Escolas do Município de São José dos Pinhais – PR. In: **XII Encontro Nacional de Educação Matemática**. Anais... São Paulo, 2016. p. 1-12.

ONUCHIC, L. de la R. **Uma História da Resolução de Problemas no Brasil e no Mundo**. In: I SERP Seminário Em Resolução de Problemas. Palestra de encerramento do I SERP, UNESP, Rio Claro, 2008.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Ensinando Matemática na sala de aula através da Resolução de Problemas. **Boletim GEPEM.** Rio de Janeiro; v. 55, p. 1-19, 2009.

ROMANATTO, M. C. Resolução de problemas nas aulas de Matemática. **Revista Eletrônica de Educação.** São Carlos, SP: UFSCar, v. 6, no. 1, p.299-311, mai.
2012.

STANIC, G. M. A.; KILPATRICK, J. Perspectivas históricas da resolução de problemas no currículo de matemática. In: **The teaching and assessing of mathematical problem solving.** Research Agenda for Mathematics Education, vol. 3, Randall I. Charles e Edward A. Silver (Eds.), p. 1-22. Hillsdale, N. J: Lawrence Erlbaun Associates, & Reston, Va.: NCTM, 1989.

OS AUTORES[2]

Aline Caroline de Souza de Sá: estudante de Estágio Supervisionado de Matemática na UNESPAR / Campo Mourão. Turma 2019.

Carlos Eduardo da Silva: estudante de Estágio Supervisionado de Matemática na UNESPAR / Campo Mourão. Turma 2018.

Eduardo Mateus Guimarães Rossi: estudante de Estágio Supervisionado de Matemática na UNESPAR / Campo Mourão. Turma 2018.

Emilly da Silva Nunes: estudante de Estágio Supervisionado de Matemática na UNESPAR / Campo Mourão. Turma 2018.

Fernanda Kelly da Silva Siqueira: estudante de Estágio Supervisionado de Matemática na UNESPAR / Campo Mourão. Turma 2019.

Henrique Denker Kamke: estudante de Estágio Supervisionado de Matemática na UNESPAR / Campo Mourão. Turma 2019.

Henrique Rochadelli: estudante de Estágio Supervisionado de Matemática na UNESPAR / Campo Mourão. Turma 2019.

Kayque Henrique Maciel: estudante de Estágio Supervisionado de Matemática na UNESPAR / Campo Mourão. Turma 2018. Mestrando em Educação Matemática pela mesma instituição em 2020.

Paula Renata Pedroso Avanço Ferreira: estudante de Estágio Supervisionado de Matemática na UNESPAR / Campo Mourão. Turma 2019.

Wellington Fernando Delvechio Gama Garcia: estudante de Estágio Supervisionado de Matemática na UNESPAR / Campo Mourão. Turma 2018.

Willian de Araújo Dourado: estudante de Estágio Supervisionado de Matemática na UNESPAR / Campo Mourão. Turma 2019.

Willian Bellini (org): Colegiado de Matemática da UNESPAR / Campo Mourão, professor de Estágio Supervisionado.

[2] Todos os estudantes, autores de capítulos deste livro, foram das turmas de 2018 e 2019 da disciplina de Estágio Supervisionado em que o organizador da obra foi professor.

SOBRE A OBRA

A presente obra é fruto de um trabalho de pesquisa sobre Resolução de Problemas em escolas públicas na cidade de Campo Mourão – PR, coordenado por seu organizador.

Foi realizada no transcorrer da disciplina de Estágio Supervisionado I, no 3º ano do curso de Licenciatura de Matemática da UNESPAR / Campo Mourão, nos anos de 2018 e 2019.

Aqui são apresentados Relatos de Experiência, sob a ótica dos estudantes, na época, de Estágio Supervisionado I, que aplicaram atividades de Resolução de Problemas em sala de aula.

EDITORA FECILCAM